

EFICACIA DE UN MÉTODO ÚNICO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE CINEMÁTICA A TRAVÉS DE LA INTEGRAL Y LA DERIVADA CON ESTUDIANTES DE INGENIERIA CIVIL

Sánchez Soto Iván R - Universidad del Bío-Bío - isanchez@ubiobio.cl

RESUMEN

El presente muestra las implicancias didácticas del uso de la integral y derivada como método único de resolución de problemas de cinemática, que busca favorecer la interpretación física, identificación de las condiciones de frontera iniciales y finales. Se postula que el uso de la integral y la derivada, para resolver ejercicios en un entorno de aprendizaje activo favorecen la adquisición de los conceptos físicos involucrados en la solución de cada ejercicio o problema, con la finalidad de favorecer el captar aprendizaje significativo, mejorar el rendimiento académico y la estabilidad del aprendizaje, es decir, se busca establecer el impacto del uso de la integral y la derivada en el rendimiento académico y estabilidad del aprendizaje de estudiantes de Ingeniería Civil. en los contenidos de cinemática. La intervención se ha realizado en un semestre, en los últimos 10 años, con la finalidad de aportar significado y sentido físico a todo el desarrollo matemático involucrado en la solución de los ejercicios y problemas. Aquí se ilustra un método único de resolución de ejercicios o problemas de cinemática a través del uso de la integral y la derivada como método único de resolución de los problemas. Los resultados son alentadores, muestran diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental en las variables en estudio, lo que indicaría que se puede generalizar a otras asignaturas en Física.

PALABRAS CLAVES: Uso de integral y derivada, Cinemática, Estabilidad de aprendizaje, Aprendizaje significativo, Rendimiento académico.

INTRODUCCIÓN

Normalmente la Enseñanza de la Física Elemental suele hacerse de modo historicista y repetitivo (Furió, y Guisasola, 1993; Gutiérrez, 1993; Martínez, 2000), se transmite información acabada desde la Educación Media a los primeros años de universidad resolviendo una gran cantidad de problemas en general son ejercicios cuya solución significa «dar con la fórmula adecuada», probablemente enmarcada en rojo en el libro de texto. Poco importa: el porqué de dicha fórmula; su campo de aplicabilidad, su sentido físico y el resultado obtenido sobre todo si este último se ha obtenido con calculadora, infalible por definición.

Se pretende reemplazar el uso mecánico de fórmulas, la correspondencia entre ejercicio y fórmula que realizan los alumnos por un procesamiento de la información más profundo y elaborativo donde el alumno es capaz de ordenar y relacionar los conceptos físicos involucrados (Sánchez, 2012). Se busca alcanzar una única forma de resolver los ejercicios, eliminando el uso indiscriminado de fórmulas y promoviendo la habilidad de interpretar, describir y transferir los conocimientos adquiridos en nuevas situaciones, lo que se logra a través de la comprensión de lo que realiza. Colocando de manifiesto la importancia de los conceptos involucrados en solución de ejercicios (condiciones físicas iniciales y finales) y la evaluación de los conceptos físicos involucrados (Sánchez et al. 2005).

Esta forma de abordar los contenidos favorece el describir e interpretar los problemas y ejercicios planteados a través de un modelo único, que induce una forma similar de resolver casi todos los ejercicios de cinemática, resaltando la interpretación física del problema y no el uso de fórmulas a memorizar. De esta manera se pretende evidenciar que los contenidos de cinemática, comprende un conjunto de conceptos, principios, leyes y reglas a aprender significativamente. Aquí se reportan los resultados alcanzados por estudiantes de Ingeniería, en el proceso de E-A contenidos de Física I a través del uso de la integral y derivada luego de 10 semestres de experimentación de forma sistemática con esta propuesta en la unidad programática de cinemática. Los resultados muestran que el método ha influenciado positivamente en el rendimiento académico, estabilidad del aprendizaje, lo que indicaría que ésta es la forma más adecuada de abordar los contenidos de Cinemática.

REFERENTES TEÓRICOS

Los problemas o ejercicios abordados actualmente en cinemática en las diversas universidades y la propuesta por los libros de textos de Física se centran en la: a) demostración de fórmulas; b) interpretación de fórmulas, y c) aplicación de las fórmulas. De esta forma, los alumnos aprenden mecánicamente a asociar a cada ejercicio una u otra fórmula. Las ecuaciones aparecen como único medio para llegar a la solución, incentivando la memorización de una buena cantidad de fórmulas que aparecen como único medio para llegar a la solución según el tipo de ejercicio, incentivando el procesamiento superficial y reiterativo de la información (mecánico) de una buena cantidad de fórmulas, a ser aplicada según el tipo de pregunta en cada ejercicio, lo que se logra repitiendo de forma reiterativa.

La enseñanza de la cinemática debiera abordar cuestiones relacionadas directamente con la interpretación, descripción y comprensión del fenómeno en estudio, a través, de la intervención con base en uso de la integral y la derivada se avanza en la comprensión de una situación física. Es decir, supone saber el cuándo y por qué se hace necesario su uso (encontrar la relación funcional entre dos variables no lineales), saber explicar con precisión y sentido físico el significado de las expresiones diferenciales, conocer el significado físico de la integral y la derivada, valorar el papel de la integral y la derivada en el aprendizaje de la física y reconocer que el uso de la integral y derivada, entregan el significado físico y geométrico de lo que se realiza (Martínez et al., 2002; López y Martínez, 2005).

El aprendizaje significativo se caracteriza por una interacción entre las ideas relevantes existentes en la estructura cognitiva y las nuevas informaciones, a través de la cual éstas adquieren significados y se integran en la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, no al pie de la letra, contribuyendo a la diferenciación, elaboración y estabilidad de los inclusores existentes (Ausubel et al., 1997).

Se puede afirmar, que el aprendizaje significativo es posible si: a) se cuenta con conceptos o ideas previas relevantes en la estructura cognitiva del estudiante, b) el material nuevo es potencialmente significativo y c) que el alumno manifieste disposición para relacionar, de manera sustantiva y no arbitraria, el nuevo material. El aprendizaje significativo se facilita sólo si el material nuevo esta adecuadamente organizado, si la información se presenta de manera desordenada, sin establecer éstas relaciones éste no se logra. Un material preparado para enseñar y aprender no es significativo en sí mismo, sólo es significativo cuando entra en interacción con los estudiantes, pero puede ser potencialmente significativo si presenta una buena diferenciación entre los conceptos, una estructura clara en sus relaciones y una adecuada organización jerárquica. La distinción entre aprendizaje significativo y mecánico no establece una dicotomía, sino un continuo.

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

De acuerdo a la investigación para comprobar la influencia de la metodología en el rendimiento académico, se utiliza un diseño cuasi-experimental de dos grupos relacionados sin asignación y al azar de los sujetos con Pre y Post test. Durante el transcurso del segundo semestre, los alumnos de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad del Bío-Bío, que cursan la asignatura de Física General I, son distribuidos en dos grupos recibiendo intervenciones de aulas diferentes. Estas son: Grupo Experimental (GE) que se Interviene a través de una propuesta de aula de aprendizaje basado en uso de integral y derivada, para resolver las actividades de aprendizaje de Cinemática y el Grupo Control (GC) que Trabaja con metodología tradicional a través de clase expositiva de transmisión acabada de contenidos, realizando demostraciones que permiten encontrar las ecuaciones generales para cada caso, que luego se utiliza para resolver ejercicios en la clase y en las prácticas.

Instrumentos de recolección de la información

a) Las estrategias de aprendizaje: se midieron a través del Inventario de R. Schmeck adaptado para Chile (Truffello y Pérez, 1988) que está formado por 55 enunciados distribuidos en cuatro dimensiones: Procesamiento Elaborativo (PE); Procesamiento Metódico (PM); Procesamiento Profundo (PP); y Retención de Hechos (RH). Los valores de la confiabilidad del inventario de estrategias de aprendizaje se determinaron a través del Alpha de Cronbach el 2008 y sus valores específicos para cada categoría son: $\alpha=0.89$ PE, $\alpha=0.88$ EM, $\alpha=0,84$ PP, $\alpha=0.93$ RH, (Sánchez et al., 2008, Sánchez, 2009, Sánchez et al., 2011).

La combinación Procesamiento Elaborativo alto (PEA) y Procesamiento Profundo Alto (PPA) implica Aprendizaje Significativo a estudiantes con enfoque de aprendizaje profundo. La combinación Estudio Metódico Alto (EMA) y Retención de Hecho Alto (RHA) implica aprendizaje mecánico o enfoque superficial y reiterativo. Cualquier otra combinación se conoce como aprendizaje estratégico que se encuentra en la zona gris del continuo entre el aprendizaje mecánico y el significativo.

b) Rendimiento académico: se midió a través de test y certamen de carácter formal, elaborado por un equipo de cuatro docentes que dictan la asignatura, algunos con metodología tradicional y otros en base método único, lo que asegura la validez del contenido; la confiabilidad de los instrumentos se determinó con la prueba de Kuder Richardson (KR20), que considera ítems con respuesta correcta o incorrecta (escala dicotómica), para el certamen es de 0,91 *muy buena*, y la del test es 0,72 *buena*. Los alumnos se clasificaron, según su rendimiento académico, en aprobado (4-7) y reprobado (1-3,9).

Muestra

La población corresponde a todos los alumnos de primer año de Ingeniería Civil en la Universidad del Bío-Bío. En consecuencia, la muestra corresponde a 120 sujetos por semestre que cursan Física I, distribuidos en dos grupos.

Análisis de datos

Debido a que las mediciones de las variables alcanzan los niveles de nominal y ordinal. El análisis de los datos se lleva a cabo a través de estadística no paramétrica, utilizando análisis descriptivo y univariado por medio de gráficos. Para establecer cambios en un mismo grupo se emplea la prueba estadística de Mc-Nemar, para las diferencias entre grupos la Prueba U de Mann Whitney.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE AULA.

Para llevar a cabo, esta propuesta se debe tener presente y considerar: a) el conocimiento previo que involucra aspectos relacionados con el cálculo diferencial, b) expresiones trigonométricas, c) los parámetros de cinemática, d) vectores y componentes de un vector, e) Integración y derivación. Que deben ser adquiridos en cursos anteriores o en la asignatura como actividades de iniciación de semestre.

En la preparación de esta propuesta se revisa los 10 textos de Física más usados a nivel universitario. El objeto de análisis en los textos es el uso del cálculo diferencial en la unidad programática de cinemática en una y dos dimensiones. La elección de la unidad de cinemática como problemática a investigar se debe a que su abordaje actual se realiza bajo un uso indiscriminado de fórmulas. Por otra parte, al trabajar con integrales y derivadas que son contenidos estudiados en curso previo de cálculo I, facilitan captar el significado, promoviendo la interacción entre lo que el alumno conoce con el nuevo conocimiento, condición necesaria para un aprendizaje significativo (Ausubel et al., 1997).

Programa de actividades para resolver de manera única los ejercicios de cinemática:

- Escoger un sistema de referencia (eje de coordenadas) para representar las cantidades físicas iniciales involucradas (posición, velocidad, aceleración, etc.) que faciliten la interpretación y descripción del movimiento en cuestión.
- Expresar las condiciones físicas iniciales en forma vectorial y en función del tiempo.
- Aplicar conocimientos previos de cálculo y algunas propiedades del cálculo vectorial, para encontrar las ecuaciones particulares que permiten interpretar y describir el movimiento en cuestión. A partir del conocimiento de las condiciones iniciales y la aceleración se puede encontrar la velocidad y la posición para cualquier instante de tiempo, $v(t) = \int a(t)dt$ y $r(t) = \int v(t)dt$, usando condiciones de frontera (iniciales) se encuentra la constante C de integración en cada caso. Esto permite interpretar y describir el movimiento en función de estas variables.
- Se debe identificar las condiciones de frontera (finales) que se deben reemplazar en ecuación particular obtenida por integración, y así alcanzar la solución del ejercicio (velocidad, tiempo máximo, tiempo de vuelo, alcance, etc).

A continuación, se ilustra el método propuesto usando cálculo diferencial para resolver un de ejercicios resueltos de forma tradicional por medio del uso indiscriminado de ecuaciones en tres de los libros de texto analizados. Los ejercicios que han sido transcritos y se resuelve en el presente trabajo a través de la integral y derivada, lo que permite comparar ambas formas de encontrar la solución a los ejercicios, y apreciar las bondades y ventajas de resolver todos los ejercicios de una forma única sin tener que aprender ecuaciones de memoria.

Ejemplo., Salto del río II. Un profesor de física realizaba acrobacias audaces en su tiempo libre. Su última acrobacia fue un intento por saltar un río en motocicleta (Figura. 1). La rampa de despegue está inclinada 53.0° , el río tiene $40[m]$ de anchura y la ribera lejana está $15[m]$ bajo el tope de la rampa. El río está $100[m]$ debajo de la rampa. Puede desprejarse la resistencia del aire. a) ¿Qué rapidez se necesita en el tope de la rampa para alcanzar apenas el borde de la ribera lejana? b) Si su rapidez era sólo la mitad del valor obtenido en a) ¿dónde cayó?

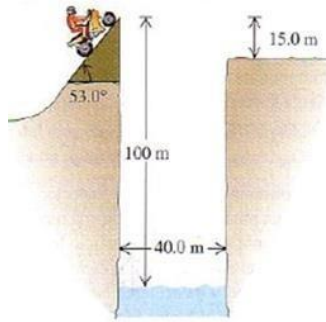


Figura 1, acrobacia de profesor de física intento por saltar un río en motocicleta

Condiciones Iniciales(CI)

$$t = 0[s], \quad \vec{r}(0) = 0\hat{i} + 0\hat{j}, \quad \vec{v}(0) = v_0 \cos 53\hat{i} + v_0 \sin 53\hat{j} [m/s], \quad \vec{a}(t) = -9.8\hat{j} [m/s^2]$$

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t) dt = \int -9.8\hat{j} dt [m/s] = (-9.8\hat{j} \cdot t + c) [m/s] \Rightarrow t = 0[s]$$

$$\Rightarrow \vec{v}(0) = c \Rightarrow \vec{v}(t) = v_0 \cos 53\hat{i} + (v_0 \sin 53 - 9.8 \cdot t)\hat{j} [m/s]$$

$$\vec{v}(t) = v_0 \cos 53\hat{i} + (v_0 \sin 53 - 9.8 \cdot t)\hat{j} [m/s]$$

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt = \int (v_0 \cos 53\hat{i} + (v_0 \sin 53 - 9.8 \cdot t)\hat{j}) dt [m/s] \Rightarrow$$

$$\vec{r}(t) = (v_0 \cos 53\hat{i} \cdot t + (v_0 \sin 53 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j}) + c [m]$$

$$\Rightarrow t = 0[s] \Rightarrow \vec{r}(0) = c \Rightarrow \vec{r}(t) = v_0 \cos 53\hat{i} \cdot t + (v_0 \sin 53 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j} [m]$$

$$\vec{r}(t) = v_0 \cos 53\hat{i} \cdot t + (v_0 \sin 53 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j} [m]$$

Condiciones Finales (CF)

$$a) \vec{r}(t) = 40\hat{i} - 15\hat{j} [m] \Rightarrow 40\hat{i} = v_0 \cos 53\hat{i} \cdot t \Rightarrow v_0 = \frac{40}{\cos 53 \cdot t}$$

$$-15\hat{j} = (v_0 \sin 53 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j} \Rightarrow -15 = \left(\frac{40}{\cos 53 \cdot t} \sin 53 \cdot t - 4.9 \cdot t^2 \right) \Rightarrow$$

$$-15 = (40 \cdot \tan 53 - 4.9 \cdot t^2) \Rightarrow 4.9 \cdot t^2 = 53.08 + 15 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{68.08}{4.9}} = 3.72 [s]$$

$$t = 3.72 [s] \quad (10 \text{ptos}) \quad v_0 = \frac{40}{\cos 53 \cdot t} \left[\frac{m}{s} \right] = \frac{40}{\cos 53 \cdot 3.72} \left[\frac{m}{s} \right] = 17.85 [m/s]$$

$$b) \quad v(0) = 8.93 [m/s] \Rightarrow \vec{v}(0) = 5.37\hat{i} + 7.13\hat{j} [m/s]$$

$$\therefore \vec{r}(t) = 5.37\hat{i} \cdot t + (7.13 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j} [m] \Rightarrow CF \Rightarrow r(t) = -100\hat{j} [m]$$

$$\Rightarrow -100\hat{j} [m] = (7.13 \cdot t - 4.9 \cdot t^2)\hat{j} [m] \Rightarrow 4.9 \cdot t^2 - 7.13 \cdot t - 100 = 0 \Rightarrow t_1 = 5.3 [s] \wedge t_2 = -No$$

$$\therefore \vec{r}(t) = 5.37\hat{i} \cdot 5.3 + (7.13 \cdot t - 4.9 \cdot (5.3)^2)\hat{j} [m] = 28.4\hat{i} - 100\hat{j} [m] \Rightarrow \vec{r}(t) = 28.4\hat{i} - 100\hat{j} [m]$$

$$\vec{r}(t) = (28.4\hat{i} - 100\hat{j}) [m]$$

RESULTADOS

a) Rendimiento académico en la primera medición, conocimientos previos.

Los resultados obtenidos en la aplicación del test de conocimientos previos en Cinemática a los estudiantes del GE y GC se muestran en el gráfico 1, que permite establecer el grado de conocimiento de los conceptos previos en los contenidos de vectores y parámetros de Cinemática que son condición necesaria y suficiente para enfrentar con éxito la asignatura de Física 1, aplicado a GE Y GC de forma simultánea.

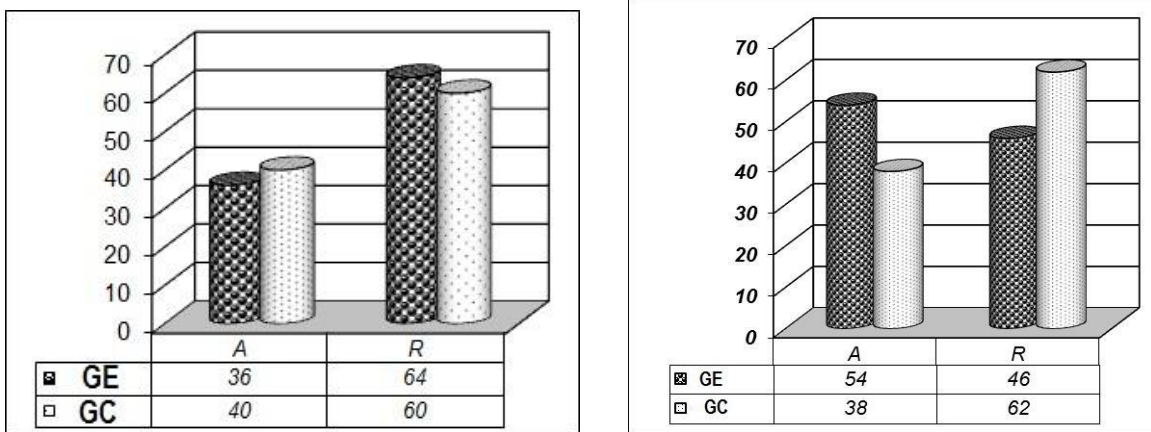


Figura N° 2. Rendimiento académico en % v / s de los grupos en primera y segunda medición

De la Figura 1, se observa que los resultados del GE y GC no presentan diferencias estadísticamente significativas en los conocimientos previos de Cinemática, los resultados son similares en ambos grupos, con mayor % de estudiantes aprobado a favor GC. La prueba estadística U Mann-Whitney, corrobora lo anterior, que entrega un estadístico $Z=0,1627$ con un nivel de significado $p=0,87$ (13%). No existiendo diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, por lo tanto, cualquier diferencia que se genere en el rendimiento académico en la segunda medición se deberá al tipo de intervención.

Para establecer la influencia de la intervención se ha diseñado una evaluación con tres problemas de Cinemática (vectores y parámetros, movimiento una y dos dimensiones), aplicada en ambos grupos de forma simultánea después de finalizadas las intervenciones. De la figura 2, se observa diferencias en el rendimiento académico a favor del GE con 54% de aprobación respecto a un 38% del GC, para establecer si estas diferencias son estadísticamente significativas se aplica la prueba estadística U Mann-Whitney, que corrobora esta diferencia, entregando un estadístico $Z=3,68$ y un nivel de significado $p=0,00024$ (99,97%). De donde se afirma que la intervención con uso de la integral y derivada influye positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

b) Estabilidad del aprendizaje en tres mediciones.

Para establecer en qué medida el aprendizaje de la cinemática de los estudiantes ha sido estable después de la intervención, se mantiene después de tres meses de haber sido intervenidos en el aula el GE y GC, se diseñaron tres evaluaciones con 6 preguntas de conocimientos similares, cada una de ellas, consideraba: 1 Preguntas de parámetros de cinemática, 3 preguntas de movimiento en una dimensión (horizontal y vertical), y dos preguntas de movimiento en dos dimensiones (Proyectiles y Circular). Con la finalidad de establecer el nivel de recuerdo una vez finalizada la intervención. La figura 3, muestra la tabla y el grafico correspondiente con el porcentaje de respuestas correctas para el GE y GC en cada evaluación a 1 mes, 2 meses y 3 meses de realizada la intervención.

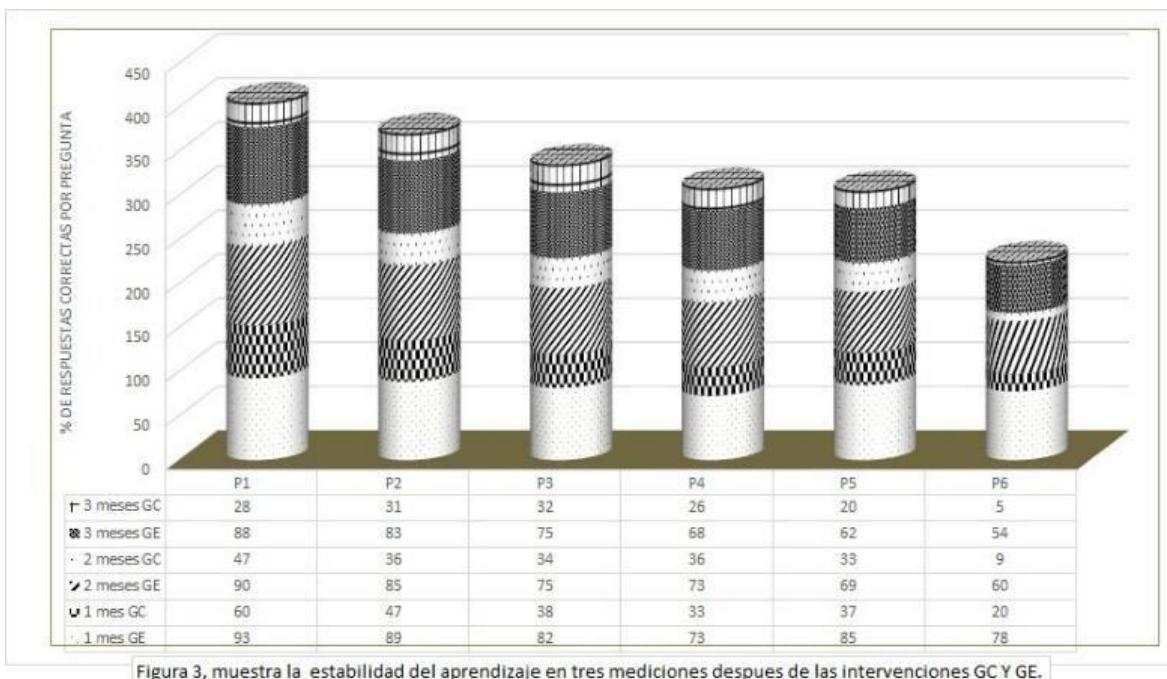


Figura 3, muestra la estabilidad del aprendizaje en tres mediciones después de las intervenciones GC Y GE.

De la figura 3, se observa que los alumnos del GE obtienen un mayor % de respuestas correctas, que el GC en cada una de las preguntas planteadas. La estabilidad del aprendizaje es muy superior en el grupo experimental, ya que el % de respuestas correctas se mantiene en el transcurso del tiempo o baja en un % mínimo. En cambio, en el GC la estabilidad es muy baja, quedando reflejado en que el % de respuestas correctas en cada pregunta planteada disminuye considerablemente en cada medición. Los alumnos del GE aplican correctamente el modelo matemático de la integral y derivada para encontrar las expresiones matemáticas, también identifican correctamente las condiciones de frontera iniciales y finales, que permiten llegar a la solución de los problemas. Por otra parte, los estudiantes del GC no recuerdan las fórmulas a utilizar para dar respuesta al problema, tampoco saben cómo encontrar las ecuaciones que describen estos movimientos.

CONCLUSIONES

Al analizar una serie de ejercicios resueltos y propuestos de los contenidos de Cinemática en diversos libros de Física Universitarios se observan enunciados muy diferentes, variados y las soluciones presentadas son distintas dependiendo del tipo de movimiento donde se emplean fórmulas distintas, en el mejor de los casos se resuelve aplicando dos o tres ecuaciones: de posición, velocidad, y la tercera que es independiente del tiempo, los ejercicios en general son resueltos aplicando una u otra fórmula dependiendo de los datos presentados en el enunciado. En este contexto el estudiante piensa que todos los ejercicios se resuelven identificando y aplicando la fórmula adecuada. En general en los textos de física se encuentran fórmulas para cada cantidad física involucrada en los contenidos de Cinemática como por ejemplo ecuación para: la posición, la velocidad, la aceleración, el alcance, tiempo máximo, altura máxima, tiempo de vuelo, etc.

En nuestra propuesta se plantea un único método para resolver los ejercicios y problemas de Cinemática basada en el modelo de la derivada y la integra; $(dv(t) = a(t)dt, d\vec{r}(t) = \vec{v}(t)dt)$ su uso con comprensión y autonomía en las actividades de aprendizaje, es un modelo matemático que permite

a los alumnos encontrar las ecuaciones particulares que describen el movimiento de una partícula en una y dos dimensiones a partir del reconocimiento y la aplicación de las condiciones de frontera iniciales y finales, se responde a las cuestiones planteadas, evitando el uso indiscriminado de fórmulas y su aplicación mecánica y repetitiva. Por otra parte, esta forma de abordar los contenidos de Cinemática transforma el que hacer pedagógico de las clases pasando de un enfoque de transmisión de conocimientos acabados a través de exposiciones magistrales, a una metodología de aprendizaje activo y participativo basado en la resolución de ejercicios usando un modelo único a través del uso de la integral y la derivada para encontrar la expresión matemática a utilizar en cada tipo de ejercicio por tal motivo es una de las propuesta usadas en el proyecto Fondecyt regular (2018 a 2020) N°1181525, que busca favorecer el desarrollo de competencias científicas y cognitivas con estudiantes de ingeniería.

Al enfrentar todos los ejercicios de forma similar por medio del uso de la integral y la derivada se mejora la estabilidad del aprendizaje, se favorecen los procesos de diferenciación progresiva y la reconciliación integradora, de los contenidos de cinemática al descartar el uso de ecuaciones para cada tipo de movimiento como un gran bloque temático.

REFERENCIAS

Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (1997). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo*: Editorial Trillas: México.

Furió, C. y Guisasola, J (1993). *¿Puede ayudar la historia de la ciencia a entender porque los estudiantes no comprenden los conceptos de carga y potencial eléctricos?* *Revista Española de Física*, 7 (3), 46 – 50.

Gutiérrez, J. (1993). *Enseñanza de la física, un reto a la imaginación*. *Revista Española de Física*, 7(3), 50-53.

López-Gay, Rafael¹ y Martínez Torregrosa, Joaquín (2005). (¿Qué hacen y qué entienden los estudiantes y profesores de física cuando usan expresiones diferenciales? *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 321–334.

Martínez Torregrosa, J, López-Gay, R, Gras Martí, A; y Torregrosa Gironés, G. (2002). la diferencial no es un incremento infinitesimal. evolución del concepto de *diferencial* y su clarificación en la enseñanza de la física. *Enseñanza de las Ciencias*, 20 (2), 271-283.

Martínez, J.A. (2000). *Un problema planteado como actividad de investigación: Estudio de las posibles trayectorias para el lanzamiento efectivo de un tiro libre de baloncesto*. *Enseñanza de las Ciencias* 18(1), 131-140.

Sánchez, I.R. (2009) *Propuesta de aprendizaje significativo a través de resolución de problemas por investigación*. *Revista Educere*. 3(47), 947-959.

Sánchez, I.R., Moreira, M.A. y Caballero, M.C. (2005). *Aprendizaje significativo a través de resolución de problema en cinemática y dinámica*. *Enseñanza de las Ciencias*. N° Extra, 1-10.