



## **MIRANDO LA MATEMÁTICA: USO ORIENTADO DE SOFTWARE EN TÓPICOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL**

Rodrigo Quezada Pinto, Universidad del Desarrollo, [rodrigo.quezada@udd.cl](mailto:rodrigo.quezada@udd.cl)

Miguel Borbolla Bogen, Universidad del Desarrollo, [maborbolla@udd.cl](mailto:maborbolla@udd.cl)

### **RESUMEN**

Este artículo presenta el proyecto “Mirando la Matemática: Uso orientado de software en tópicos del cálculo diferencial”, un proyecto de innovación docente realizado durante el primer semestre de 2025 en la facultad de Ingeniería de la Universidad del Desarrollo, sede Concepción, tal proyecto es dirigido a estudiantes de primer año de Ingeniería Civil Industrial y Civil Informática e Innovación Tecnológica que cursan Cálculo Diferencial. El objetivo principal de la iniciativa es integrar las herramientas digitales *GeoGebra* y *Wolfram Alpha* para abordar la relación entre el análisis matemático y la geometría, en menor grado se usará la plataforma Overleaf, para presentación de trabajos. Este artículo relata el desarrollo del proyecto, esto es, su diseño, implementación y conclusiones, mostraremos las actividades realizadas, las encuestas de satisfacción respondidas por estudiantes y finalmente haremos una reflexión que pondrá énfasis en la importancia de implementar regularmente el uso de herramientas digitales en cursos matemáticos, tratando de estimular al entorno académico para dar espacio a iniciativas similares.

**PALABRAS CLAVE:** Innovación docente, visualización matemática, herramientas digitales, cálculo diferencial, aprendizaje activo, ingeniería.

### **INTRODUCCIÓN**

Este artículo relata la aplicación del proyecto: “Mirando la Matemática: Uso orientado de software en tópicos del cálculo diferencial”, una innovación docente implementada en el curso Cálculo Diferencial, impartido a estudiantes de las carreras de Ingeniería Civil Industrial e Ingeniería Civil Informática e Innovación Tecnológica, durante el primer semestre de 2025 en la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Desarrollo, sede Concepción.

En este proyecto se integraron parcialmente en la calendarización del curso herramientas tecnológicas como GeoGebra, Wolfram Alpha y Overleaf, nuestro objetivo principal fue transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje en algunos conceptos transversales del curso. Nuestra metodología consistió en diseñar 5 actividades grupales de 70 minutos, las cuales fueron incorporadas en los temas de: Asíntotas, continuidad, interpretación geométrica de la derivada, trazado de curvas y un trabajo final que incluyó, además, el tema de optimización. Ya que la idea para el desarrollo de las actividades propuestas a los estudiantes fue resolver con software, muchas veces usamos funciones, no simples de graficar “a mano”, un ejemplo de fracción de enunciado puede ser:

*Para la función*



$$g(x) = \frac{\ln(2) \sin(\sqrt{3}x^2 - 5)}{\pi x^3 - x^2 + 1} \quad (1)$$

Escoger un punto  $P_0$  de su gráfica y encontrar la recta tangente y normal que pasa por  $P_0$ .

Como respuesta esperada, en el taller se indicó a los alumnos, elaborar un documento Pdf, usando Overleaf, con datos relevantes sugeridos por los docentes, ejemplo indicar el dominio, intervalos de crecimiento, decrecimiento, intervalos de concavidad, puntos de inflexión, etc., e incorporar una imagen de la geometría del problema, del estilo:

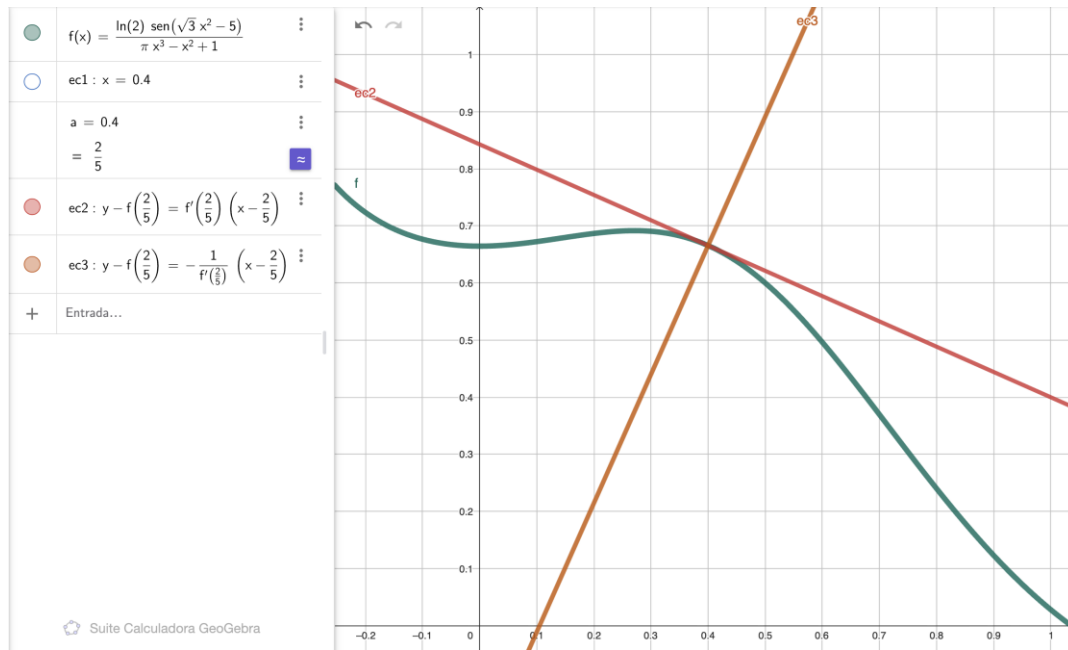


Figura 1: Recta normal y tangente a la gráfica de la función  $f(x)$  en el punto  $(0.4, f(0.4))$

Fuente: Aplicación GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org))

Otra idea principal de los talleres fue la participación activa de los alumnos, esto se logró con el trabajo en grupo y la constante colaboración de los docentes, acá vale mencionar, que se trabajó con un total de 38 alumnos de dos secciones distintas, las cuales, para efectos de la realización de estos talleres, fueron reunidos en una sola sala y se les solicitó llevar computador. Está dinámica, los autores, la percibimos como un agrado para los alumnos, los cuales se mostraron muy receptivos e interesados en aprender. Como consecuencia, también percibimos una mayor comprensión de los conceptos, lo cual fue confirmado en las encuestas que se aplicaron posteriormente en cada actividad.

Con respecto a las encuestas elaboradas durante el proyecto, diseñamos una encuesta de entrada y cinco encuestas de salida, una para cada actividad.



## XXXVII CONGRESO CHILENO DE EDUCACIÓN EN INGENIERÍA 2025

PROYECCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA:  
LA EDUCACIÓN EN MODALIDAD PRESENCIAL, HÍBRIDA Y VIRTUAL

Concepción, 8 al 10 de octubre 2025

En la encuesta inicial se evidenció que los alumnos llegaron con poca experiencia en Wolfram Alpha, GeoGebra y Overleaf, la mayoría nunca las habían utilizado y solo conocían superficialmente GeoGebra, sin embargo, valoraron su potencial, especialmente para graficar funciones y resolver problemas complejos.

Las encuestas de salida de cada actividad, en general, evidenciaron la valoración de los estudiantes por conectar los conceptos teóricos con lo visual, los gráficos, es decir, la geometría de los problemas de cálculo. También pidieron dedicar más tiempo a estos talleres, manifestaron interés y entretenimiento.

Los autores, como docentes de ingeniería estamos conscientes de que esta correspondencia, entre el análisis y geometría, es así en prácticamente toda la matemática de los primeros cursos de una ingeniería civil, es decir, cada concepto tiene su contraparte geométrica y es esto, lo que intentamos transmitir al estudiante y que él sea capaz de verlo así para luego aplicarlo en su profesión, obviamente en las distintas dimensiones de esta.

En síntesis, al haber obtenido una muy buena experiencia en esta innovación, creemos que es realista hacer una transición gradual, de cómo dictar un curso, cambiando el paradigma clásico de la cátedra a hacer partícipe al estudiante en su proceso, con herramientas que son mucho más amigables para el alumno.

Por último, recalamos que este proyecto responde a los pilares del programa UDD Futuro (<https://uddfuturo.udd.cl/>), en la dimensión de *Transformación Digital*.

### DESARROLLO

Este proyecto comprende las etapas de planificación, implementación y evaluación.

**Etapas de planificación:** En marzo de 2025, durante las 3 primeras semanas del calendario académico, de un total de 17 semanas, se lleva a cabo la planificación del proyecto, la cual fue incorporada en la calendarización oficial del curso cálculo diferencial. Dado su carácter de iniciativa anexa y proyecto piloto, este proceso requirió una coordinación entre los docentes responsables, más una tutoría académica de la Facultad de Ingeniería, el objetivo principal fue asegurar que la implementación de las herramientas digitales se integrara de manera coherente con los contenidos teóricos del curso, sin sobrepasar la carga académica oficial de los estudiantes. En esta etapa, se diseñó una encuesta inicial que recopila conductas de entrada de los alumnos sobre el uso de las herramientas GeoGebra y Wolfram Alpha. Se diseñaron cinco actividades específicas, cada una asociada a unidades temáticas clave de distintas unidades del curso de Cálculo Diferencial, las cuales describiremos en detalle más adelante. Para cada actividad se elaboran encuestas de salida. Se diseñó el método de evaluación, que consiste en cambiar una nota baja de los controles regulares del curso, por la nota obtenida en el trabajo final del proyecto. Se decide agregar el uso básico de Overleaf para presentación de trabajos de los estudiantes.

**Etapas de implementación:** En esta sección se describen las actividades propuestas a los estudiantes. Se llevaron a cabo cinco actividades, cada una acompañada de una encuesta de



salida y su respectivo feedback. El objetivo general de las actividades fue evidenciar la relación entre el análisis matemático de problemas de cálculo diferencial y su representación geométrica, es decir, conectar la resolución analítica con la geometría del problema planteado. De esta manera, se buscó proporcionar una explicación completa, entendida como una perspectiva integral de los problemas de cálculo, con miras a su aplicación futura en problemas de ingeniería.

Listaremos los talleres realizados y daremos un ejemplo más detallado para que el lector tenga una idea clara de su estructura:

- Actividad 1: Asíntotas. Unidad 2: Límites de Funciones Reales.
- Actividad 2: Continuidad. Unidad 3: Continuidad de funciones.
- Actividad 3: Interpretación Geométrica de la Derivada. Unidad 4: Derivada y sus aplicaciones.
- Actividad 4: Trazado de curvas. Unidad 4: Derivada y sus aplicaciones.
- Actividad 5: Trabajo Final: Aplicaciones de cálculo diferencial. Unidad 4: Derivada y sus aplicaciones.

Se dará el enunciado de la actividad 5 para ejemplificar:

**Problema 1:** *Invente una función racional, es decir, cociente de dos polinomios no constantes y con algunos coeficientes irracionales, donde el grado del numerador sea una unidad mayor que el denominador, donde el grado menor sea mayor o igual que 3. Usando Software y herramientas del cálculo diferencial, grafique la función y escriba todas las características observadas (intervalos de (de)crecimiento, concavidad, puntos críticos, puntos de inflexión, asíntotas), usando primera y segunda derivada.*

*Ejemplo:*

$$f(x) = \frac{-3x^4 + 2x^2 - \sqrt{2}x - \ln 4}{5x^3 - \ln 3 x^2 + 4x} \quad (2)$$

**Problema 2:** *Invente una función que sea una compuesta, multiplicación, división, suma o resta de funciones trigonométricas, encuentre una recta tangente en algún punto de la curva, escogido por Ud., y la recta normal en el mismo punto. Usando GeoGebra, grafique la función y describa las rectas encontradas en el punto escogido.*

*Ejemplo:*

$$g(x) = \frac{\sin(\sec(3x^5 - 2x))}{\tan(3x)} \quad (3)$$

**Problema 3:** *Dos postes de 12 metros y 28 metros de altura, están a 30 metros entre sí. Se desea tender un cable que una las puntas de los postes, fijado en un punto en el suelo. ¿En*



**XXXVII CONGRESO CHILENO DE EDUCACIÓN EN INGENIERÍA 2025**  
PROYECCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA:  
LA EDUCACIÓN EN MODALIDAD PRESENCIAL, HÍBRIDA Y VIRTUAL  
Concepción, 8 al 10 de octubre 2025

*qué punto del suelo debe fijarse este cable de modo de minimizar su longitud? ¿Cuál es el valor de esta longitud mínima?*

La instrucción general fue elaborar su trabajo en un Pdf usando Overleaf. Por ser el trabajo final, se explicó a los estudiantes que podían usar todas las herramientas aprendidas durante el curso y los talleres de uso de software, vale decir, Wolfram Alpha pensado para cálculos que no son simples de hacer a mano, GeoGebra para graficar las funciones involucradas y Overleaf, para generar el documento en formato Pdf.

**Etapas de evaluación:** Se aplicaron encuestas de salida luego de cada actividad, con preguntas de opción múltiple, en escala de 1 a 5 y preguntas abiertas, evaluando la dificultad en el uso de herramientas, la utilidad pedagógica de las actividades y su impacto en la comprensión de conceptos matemáticos. Estas permitieron combinar datos de desempeño académico con las opiniones estudiantiles. Para incentivar la participación, se reemplazó la nota más baja de los controles regulares del curso por la obtenida en la actividad final del proyecto. De este modo, los estudiantes encuentran un beneficio concreto en su calificación y además reciben reconocimiento a su esfuerzo y compromiso con el proyecto, entendiendo que su dedicación tiene un impacto directo y positivo en sus resultados académicos.

## RESULTADOS

En esta etapa, reunimos y analizamos toda la información de las encuestas y revisamos los trabajos que hicieron los estudiantes. Esto nos permitió comparar lo que ellos sintieron y opinaron con lo que realmente lograron aprender y aplicar. Así pudimos tener un panorama claro de cómo impactaron las herramientas digitales en su aprendizaje.

Con respecto a los trabajos entregados por los alumnos, se seleccionaron los mejores trabajos obtenidos con objeto de generar una publicación interna de la facultad como memoria o bitácora del proyecto, con el nombre de los alumnos autores.

Con respecto a las encuestas a continuación dejamos algunos comentarios y posteriormente haremos una reflexión.

El universo de estudiantes fue de 38 alumnos, con una participación en las encuestas de alrededor 80%.

**Encuesta inicial:** Los resultados revelan que la mayoría de los estudiantes llegaron al curso con escasa experiencia en las herramientas digitales: un 80% nunca había usado Wolfram Alpha, y aunque el 60% conocía GeoGebra, solo lo manejaba ocasionalmente. Su autopercepción reflejó esta realidad, con un 70% calificándose como principiantes en Wolfram Alpha y un 60% con nivel básico en GeoGebra. Sin embargo, mostraron claro interés por desarrollar habilidades prácticas, especialmente en creación de gráficos y resolución de ecuaciones, competencias clave para el cálculo diferencial. Un 25% incluso manifestó interés por funciones avanzadas, como programación. Aunque su confianza inicial era moderada (65% se ubicó en un nivel intermedio), la encuesta dejó claro que, pese a su inexperiencia, los estudiantes reconocían el potencial de estas herramientas y estaban motivados para aplicarlas



**XXXVII CONGRESO CHILENO DE EDUCACIÓN EN INGENIERÍA 2025**  
PROYECCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA:  
LA EDUCACIÓN EN MODALIDAD PRESENCIAL, HÍBRIDA Y VIRTUAL  
Concepción, 8 al 10 de octubre 2025

en su aprendizaje. Estos hallazgos respaldan la implementación del proyecto, aunque sugieren la necesidad de un acompañamiento inicial reforzado.

**Encuesta realizada luego de una actividad:** Ejemplo de la encuesta de la actividad 2, que trato el tema Continuidad. La encuesta revela un alto nivel de satisfacción con la actividad, donde el 84% de los estudiantes manifestó total acuerdo en que la visualización gráfica mejoró su comprensión de la continuidad. GeoGebra destacó como la herramienta más valorada, con un 76% de respuestas "totalmente de acuerdo" sobre su utilidad pedagógica, superando a Wolfram Alpha (56%). Los comentarios cualitativos enfatizaron cómo la representación visual permitió identificar discontinuidades ("saltos" y "huecos") de manera intuitiva, complementando el análisis teórico. Un 68% consideró esta metodología más efectiva que las clases tradicionales, aunque un 24% sugirió mejorar la capacitación inicial en el uso de softwares. La actividad demostró ser motivadora, con un 72% de alumnos interesados en explorar más los temas por su cuenta. Como área de mejora, surgió la necesidad de incluir más ejemplos de discontinuidades (evitables, de salto) y ampliar el tiempo de práctica guiada. Los resultados validan el enfoque pedagógico basado en visualización interactiva, mostrando su potencial para transformar la enseñanza de conceptos abstractos en cálculo diferencial.

A continuación, algunas frases textuales de los estudiantes en la encuesta de la actividad 2 de Continuidad:

*¿Qué aspecto mejorarías de la actividad recién trabajada en clases? Indique brevemente.*

- *Me gusto el cómo se aplicó la actividad, tal vez enseñar como se usan los programas desde antes.*
- *Habría sido útil incluir más ejemplos con diferentes tipos de discontinuidad, como una evitable o una de salto, y dar más tiempo para analizar cada uno en GeoGebra con calma.*
- *Enseñarnos a buscar un análisis más profundo sobre las funciones.*

*¿Qué fue lo más útil de esta actividad? Indique brevemente.*

- *Poder ver gráficamente como es que funciona la continuidad y no solo quedarnos con el cálculo manual.*
- *Para mí siempre ha sido un poco difícil visualizar las funciones, entonces el poder visualizar estas funciones con sus respectivas restricciones se me facilitó la actividad.*
- *Participar con grupos y un uso visual de lo estudiado.*
- *Poder ver en GeoGebra cuándo una función es continua o discontinua ayudó mucho a entender el concepto. Visualizar los "saltos", "huecos" o puntos donde la gráfica se interrumpe hizo que fuera más fácil identificar los distintos tipos de discontinuidad.*

*¿Qué aprendiste al usar Wolfram Alpha o GeoGebra que no habrías comprendido solo con análisis teórico?*



**XXXVII CONGRESO CHILENO DE EDUCACIÓN EN INGENIERÍA 2025**  
PROYECCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA:  
LA EDUCACIÓN EN MODALIDAD PRESENCIAL, HÍBRIDA Y VIRTUAL  
Concepción, 8 al 10 de octubre 2025

- *Aprendí a desarrollar ejercicios matemáticos de forma más fácil.*
- *Como es que funcionan las funciones continuas y la geometría de estas que no se ven solo en el papel.*
- *Logre reforzar lo que ya había aprendido.*
- *Ver y entender de mejor manera lo que es un límite.*

Con las respuestas de los estudiantes y los trabajos entregados, se evidenció que la implementación de las actividades tuvo una buena recepción por parte de los estudiantes, destacaron la utilidad del uso de Software, en particular GeoGebra para visualizar conceptos de apariencia más teórica y resolver problemas de manera más intuitiva. Sin embargo, en las encuestas de salida surgió una sensación de poco tiempo dedicado. Este feedback sugiere la necesidad de ampliar las sesiones prácticas en futuras ediciones del curso, incorporando talleres adicionales o tutorías especializadas para profundizar en el manejo avanzado de las plataformas.

Además, los resultados abren la puerta a nuevas posibilidades de evaluación. Por ejemplo, se podría diseñar instrumentos de evaluación formativa o sumativa que utilicen directamente GeoGebra o Wolfram Alpha, donde los estudiantes demuestren no solo su comprensión teórica, sino también su capacidad para aplicar el software en contextos de la ingeniería. Esto alinearía aún más el curso con las competencias digitales exigidas en el perfil de egreso.

Como autores del proyecto, concluimos que se ha cumplido el objetivo general de integrar software en la enseñanza del cálculo diferencial, pero también identificamos oportunidades de mejora: Institucionalizar las herramientas digitales como parte permanente de la metodología del curso. Si bien se declara en los programas de los cursos, en la práctica se deja a criterio del docente usarlas o no. Fortalecer la difusión de los trabajos destacados, no solo como memorias internas, sino también como material de referencia para futuros alumnos o incluso su publicación en repositorios académicos. Esta experiencia refuerza la viabilidad de transformar un proyecto piloto en un modelo sostenible, donde la tecnología no sea un complemento, sino un recurso permanente del proceso educativo. Los comentarios de los estudiantes —aunque críticos en algunos aspectos— validan el camino hacia una enseñanza más dinámica y adaptada a la realidad de la sociedad tecnológica actual. Se generó un ambiente de aprendizaje más motivador, donde los alumnos podían experimentar directamente con los contenidos. La combinación de teoría y práctica a través de tecnología se presenta como una estrategia efectiva para la enseñanza del cálculo diferencial.

## CONCLUSIONES

El proyecto “Mirando la Matemática: Uso orientado de software en tópicos del cálculo diferencial” permitió comprobar que la integración de herramientas digitales como GeoGebra, Wolfram Alpha y Overleaf en la enseñanza de cálculo diferencial no solo es factible, sino que resulta altamente beneficiosa para los estudiantes de primer año de ingeniería. La experiencia evidenció que la visualización gráfica y el trabajo interactivo favorecen la comprensión de conceptos abstractos, fortaleciendo la relación entre el análisis algebraico y la interpretación geométrica. Las encuestas y los trabajos entregados muestran que los estudiantes valoraron



**XXXVII CONGRESO CHILENO DE EDUCACIÓN EN INGENIERÍA 2025**  
PROYECCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA:  
LA EDUCACIÓN EN MODALIDAD PRESENCIAL, HÍBRIDA Y VIRTUAL  
Concepción, 8 al 10 de octubre 2025

especialmente el carácter práctico y visual de las actividades, destacando una mayor motivación y participación activa durante el desarrollo de los talleres. A pesar de su baja experiencia inicial en el uso de software matemático, lograron apropiarse de estas herramientas y reconocer su utilidad para enfrentar problemas complejos de manera más intuitiva. Entre los desafíos que emergen, se identifica la necesidad de ampliar el tiempo dedicado a los talleres y ofrecer una capacitación inicial más sistemática en el uso de los programas, con el fin de potenciar aún más su impacto. Asimismo, se proyecta institucionalizar el uso de estas plataformas digitales dentro del curso de cálculo diferencial y otros cursos de la malla, consolidándolas como un componente permanente de la metodología docente y no solo como un recurso complementario. En síntesis, los resultados alcanzados permiten concluir que la incorporación planificada de tecnología en la enseñanza de la matemática universitaria contribuye a un aprendizaje más activo, motivador y significativo. Este proyecto confirma la pertinencia de avanzar hacia modelos educativos en que la transformación digital sea parte integral del proceso formativo, alineando a los estudiantes con las competencias que demanda su futuro profesional en la ingeniería.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al equipo del Centro de Innovación Docente de la Universidad del Desarrollo por el financiamiento otorgado a este PIFD-2025, y en especial a Priscila Leal, por su valiosa orientación inicial. Asimismo, expresan su reconocimiento a la dirección de la carrera de Ingeniería Civil Industrial de la sede Concepción, representada por su director, Pablo González Brevis, y su subdirectora, Alejandra Basualto, por el apoyo brindado durante la implementación de esta iniciativa.

## REFERENCIAS

Pérez Castillo, J. C. & Toledo López, S. E. (2024). Uso de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente en el año 2022. Universidad de El Salvador.

Salinas, C. (2023). *Priorización de barreras educativas: desafíos desde la transformación digital* (págs. 44-47). Repositorio Universidad del Desarrollo. <https://repositorio.udd.cl/server/api/core/bitstreams/2d9013e4-f4c4-4692-b103-36c4d5647a5b/content>

Universidad del Desarrollo. (2018). *Proyecto educativo UDD Futuro*. <https://uddfuturo.udd.cl/files/2018/07/proyecto-educativo-udd-futuro.pdf>