

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, EMOCIONALIDAD Y SU IMPACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Pilar Carrasco E., Universidad del Desarrollo, pcarrasco@udd.cl
Alexander Frank M., Universidad del Desarrollo, a.frank@udd.cl
Patricio Orrego C., Universidad del Desarrollo, p.orrego@udd.cl

RESUMEN

Este artículo describe algunas implementaciones, propuestas y adecuaciones curriculares en la formación matemática de estudiantes de primer año de Ingeniería Civil Plan común de la Universidad del Desarrollo.

Se describe el proceso que conduce a la bimestralización de algunas de estas asignaturas y el impacto de tal medida. Asimismo, se detalla lo que ha significado para el programa académico la incorporación de talleres de resolución de problemas como una metodología de aprendizaje activo.

Lo más novedoso presentado en este escrito es una variante de los talleres de resolución de problemas propuesta por los autores que nace después de reconocer que entre los factores que inciden en la reprobación se hallan también factores psicosociales y no tan solo factores exclusivamente académicos tales como metodología, contenidos, perfil de ingreso, etc. En nuestro análisis detectamos que en las intervenciones remediales tradicionales se suele abordar la problemática mayoritariamente desde el enfoque de las variables académicas, relegando a un papel secundario las componentes emocionales que emergen en la actividad matemática tales como la frustración, la ansiedad, etc. y cómo éstas afectan a los estudiantes que se disponen a una situación de enseñanza-aprendizaje.

PALABRAS CLAVES: Resolución de problemas, emociones, enseñanza de la matemática en ingeniería.



INTRODUCCIÓN

El presente artículo presenta una breve revisión de algunas intervenciones y adaptaciones realizadas en la formación en el eje de “las matemáticas para la ingeniería” de estudiantes del programa académico denominado Plan Común en Ingeniería Civil de la Universidad de Desarrollo.

Debido a nuestro perfil de ingreso observamos una gran variabilidad en las habilidades, conocimientos y actitudes en nuestros estudiantes, por lo que como programa académico permanentemente reflexionamos sobre nuestros resultados, objetivos y la evolución o cambio de las características de nuestros estudiantes. En este contexto hemos determinado que nuestros principales esfuerzos deben concentrarse en:

- Conducir a que los estudiantes a construyan conocimientos significativos, dinámicos y en permanente evolución.
- Lograr mejorar/apoyar las variables que impactan en la permanencia en el programa, en la aprobación de asignaturas y, finalmente en la exitosa inserción de nuestros estudiantes en sus carreras de continuidad, luego de 1,5 años de permanencia en el plan común.
- Lograr que los estudiantes adquieran herramientas metacognitivas, autonomía, desarrollen un pensamiento crítico y lógico-matemático, la capacidad de trabajo en equipo, etc. En definitiva, habilidades para la vida (World Health Organización, 2003) que en una de sus categorías incluye las habilidades cognitivas que implicarían habilidades para la solución de problemas, toma de decisiones, pensamiento crítico, autoevaluación, análisis y comprensión de consecuencias, entre otras.

Situados en el contexto anterior es que, a continuación, describiremos algunas de las adaptaciones, intervenciones y decisiones tomadas en el programa académico en un intento de abordar las aristas ya expuestas.

Talleres de resolución de problemas

Estas actividades se enmarcan en la visión de resolución de problemas de Schoenfeld (1992), la iniciativa ARPA (<https://arpa.uchile.cl/>) entre otros autores (Felmer et al., 2019, Felmer et al., 2016). Fueron incluidas como dispositivos didácticos a partir de 2019 en un contexto de metodología activa de clase taller para permitir el desarrollo de habilidades tales como modelar matemáticamente, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso, etc. que según se señala en Brito-Vallina (2021) son las habilidades que debiesen desarrollarse en futuros ingenieros, y por tanto la formación matemática en ciencias básicas de estudiantes de ingeniería debiese potenciar.

Estos denominados talleres de resolución de problemas (TRP) son aplicados regularmente (al menos semana por medio) durante el periodo lectivo, y se diseñan de tal modo que permiten la aparición —o no— del objeto matemático en estudio durante las clases regulares, pues el interés se centra en desarrollar habilidades de comprensión de lectura, de análisis crítico, de planteamiento de estrategias, de argumentación, de búsqueda y exploración de patrones, entre otras; y no obligatoriamente en que “apliquen” el contenido matemático en estudio.

A continuación, en la Figura N°1, en la imagen (a) se muestra a los estudiantes participando de algunos de estos TRP y en la imagen (b) uno de los talleres (usando polinomios “codificadores”) y en (c) algunos de los resultados obtenidos al descodificar un mensaje secreto en la actividad de codificado.

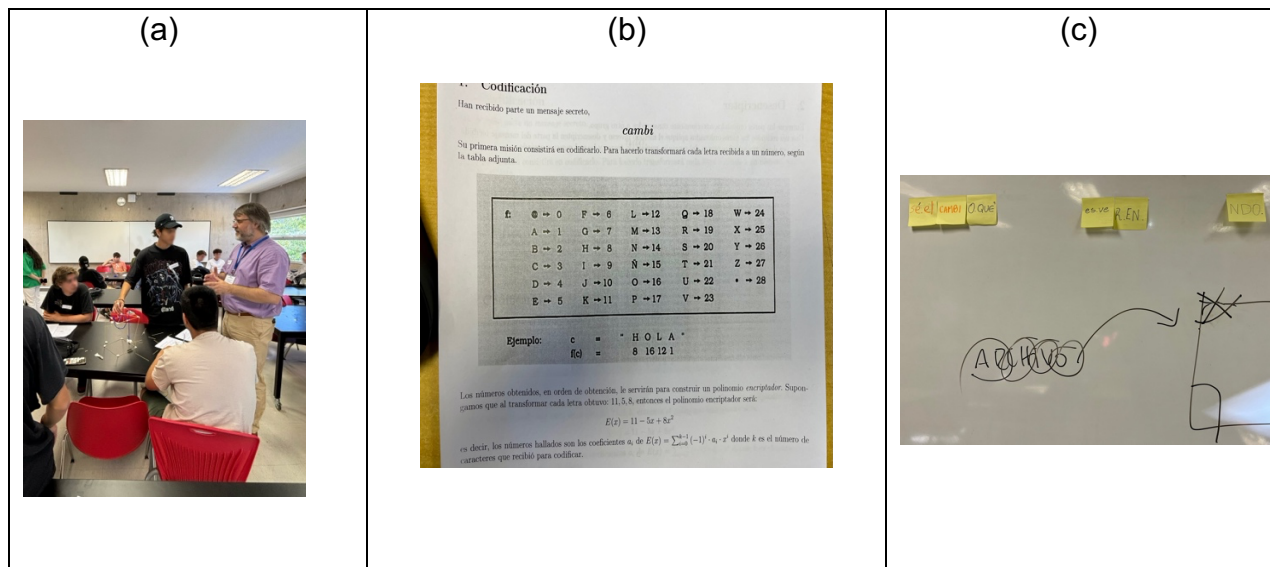


Figura N°1. Estudiantes participando de un TRP (a), detalle de un TRP (b) y los resultados obtenidos por los estudiantes en el TRP (c).

Bimestralización de las “matemáticas para ingeniería”

La decisión de bimestralizar el álgebra universitaria y el cálculo diferencial clásicos de la formación básica en las ingenierías chilenas, se basa en diversas observaciones empíricas sobre nuestros estudiantes que nos evidenciaron que la desmotivación, la ausencia de hábitos de estudio, y la falta de conexión entre una matemática escolar (centrada en lo procedimental, que no fomenta la autonomía y ni el pensamiento reflexivo) a una matemática universitaria, caracterizada por un pensamiento altamente geométrico (de curvas y superficies), dinámico y argumentativo podrían ser factores que impactan en el desempeño de los estudiantes a lo largo de un semestre tradicional, afectando su motivación, y su percepción de sus propias habilidades matemáticas entre otras variables socio-emocionales.

Por otra parte, desde un enfoque constructivista-piagetiano de algunas líneas de investigación en Didáctica de la Matemática se desprende que resultaría conveniente diseñar una secuencia didáctica que presente los objetos matemáticos comenzando desde lo concreto para avanzar a lo abstracto (Parraguez y Randolph, 2020), con el objetivo de que el estudiante desarrolle las estructuras mentales que le permitan llevar a cabo la abstracción reflexiva de tales conceptos (Piaget y García, 1983/1989). Particularmente, en trabajos en torno a la didáctica del cálculo diferencial se establece una clara diferencia entre un pensamiento matemático elemental (PME) y pensamiento matemático avanzado (PMA). En Tall (1992) se afirma que, pasar de un PME a un PMA, implica una transición que está caracterizada por acciones transcendentales como definir, convencer, explicar, demostrar y que, por ejemplo, el concepto de límite debería situarse en un PMA.

Por último, considerando también experiencias exitosas en esta misma dirección (Irazoqui et al., 2014; Valdivieso, M. et al., 2023) realizamos un piloto de las asignaturas modularizadas, es decir, sin bimestralizar formalmente, pero generando información útil respecto de las trayectorias de los estudiantes, y sus efectos en la formación de “clúster naturales” de estudiantes, pudiendo generar medidas específicas de apoyo sobre quienes las requirieron, y potenciando a aquellos estudiantes que estuvieron en las condiciones idóneas que continuar su proceso de aprendizaje.

Las asignaturas se descompusieron de tal manera de ser homólogas a sus predecesoras, pero diseñadas para permitir una transición exitosa desde un pensamiento más cercano al escolar (aritmético y algebraico, un PME) a uno que fomente el pensamiento matemático avanzado- PMA (dinámico, argumentativo y abstracto).

A continuación, en las tablas 1 y 2, presentamos los porcentajes de aprobación de las asignaturas matemáticas de primer año antes y después de la bimestralización.

Tabla N°1. Tasa de aprobación primer año semestral (antes de la bimestralización)

Ingreso 2022			
Semestre 1		Semestre 2	
Matemáticas	39%	Matemáticas	43%
Aplicadas 1		Aplicadas 1	
		Matemáticas	51%
		Aplicadas 2	

Tabla N°2. Tasa de aprobación primer año bimestral

Ingreso 2023							
Bimestre 1		Bimestre 2		Bimestre 3		Bimestre 4	
Álgebra	69%	Álgebra	56%	Álgebra	45%	Álgebra	82%
		Geometría	59%	Geometría	38%	Geometría	40%
				Intro. Cálculo	84%	Intro. Cálculo	48%
						Cálculo Diferencial	88%

La bimestralización de asignaturas matemáticas del primer año consistió en dividir los contenidos clásicos del álgebra universitaria, la trigonometría y la geometría analítica que abordábamos en un curso semestral (Matemática Aplicada 1) de 10 módulos semanales, en dos cursos bimestrales y consecutivos de 10 módulos semanales; separando los contenidos por nivel de complejidad, abstracción y visualización requeridos para su adecuada comprensión. Así, por ejemplo, en álgebra (bimestre 1) se abordan en 8 semanas: sucesiones, sumatorias, teorema del binomio de Newton, complejos en forma binómica, elementos de teoría de polinomios (raíces y factorización real y compleja), elementos de lógica proposicional y de teoría de conjuntos. Dejando temas como inducción matemática, demostraciones formales, geometría analítica, trigonometría (ecuaciones, identidades, teorema del seno y coseno), complejos en forma polar (teorema de las potencias y las raíces complejas) en el curso de geometría (bimestre 2, en las 8 semanas restantes del semestre). Como es de esperar el estudiante que aprueba álgebra puede avanzar a geometría, de lo contrario debe repetir el bimestre nuevamente.

Para dividir la asignatura de cálculo diferencial (Matemática Aplicada 2), se optó —en el tercer bimestre— por permitirles construir una suerte de plataforma de conocimientos básicos sobre funciones, límites, continuidad y derivadas desde un enfoque geométrico-analítico (interpretaciones gráficas) y algebraico (obtener valores límites o derivadas vía reglas) para luego ahondar y profundizar —en el bimestre 4— en temas que pongan en juego las nociones ya constituidas sobre funciones, límites, continuidad y derivadas, articulando ideas más complejas como, por ejemplo, la derivación y existencia de derivadas de funciones inversas, o la existencia y definición formal de límite de funciones de una variable real, abordando también la comprensión de teoremas como el de compresión (sándwich), el de Rolle, el del valor medio y del valor intermedio, así como las reglas de L'Hôpital, entre otros tópicos clásicos del cálculo diferencial. Nuevamente, el bimestre de introducción al cálculo (bimestre 3) es requisito del curso consecutivo denominado cálculo diferencial (bimestre 4).

Talleres de resolución de problemas: potenciando lo actitudinal

Al reflexionar en los posibles obstáculos que presentan los estudiantes de ingreso para aprobar la asignatura inicial del eje matemático en la formación en las ciencias básicas en las ingenierías, la que podemos describir como una introducción al álgebra universitaria de duración de un bimestre (8 semanas de duración) hallamos factores psico-emocionales que podrían estar generando un estado no propicio para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Entre estos factores se hallan la ansiedad asociada a la matemática, la desmotivación producto de la frustración al no obtener los resultados esperados (Bandura, 1993; Calderón, 2014; Barahona, 2014; González-Pienda, 2003; Chong, 2017), las propias creencias acerca de que trataría la actividad matemática, y el uso de ésta en contextos de modelación matemática e ingenierías, y en particular, de cómo la matemática se aprende.

De modo general, la actividad se trata de un taller de resolución de problemas como el ya descrito, pero generando instancias para el registro y análisis de las emociones percibidas por cada estudiante en cada una de las etapas asociadas a la resolución de un problema (comprensión, simplificación, formulación de una heurística, implementación de una estrategia, etc.). El objetivo final del registro de estas emociones a lo largo de la actividad es poner de manifiesto a los estudiantes de que emociones tales como la frustración (enojo), el miedo, el desagrado y la ansiedad se transforman en condicionantes que les impiden participar activa y colaborativamente en la resolución de lo propuesto, generando también un estado psico-emocional no apto para el aprendizaje. Por otra parte, se intenta explicitar que es propio de la actividad matemática conjeturar, descartar estrategias, organizar, clasificar, generalizar y fundamentalmente resolver problemas (Halmos, 1980). La concientización busca aportar al desarrollo —en la discusión final en torno a la resolución de problemas y a las emociones registradas— de actitudes como la perseverancia, la resiliencia, la autonomía, la tolerancia a la frustración, la tolerancia a ser interpelado públicamente, entre otras; entendiendo y aceptando que son habilidades necesarias en profesionales y ciudadanos del siglo XXI (Griffin, McGaw y Care, 2012).

Nuestra conjetura es que si los estudiantes comienzan a “normalizar” el no saber qué hacer al enfrentarse a un “problema”, permitirse re-leer y re-enfocar la mirada, replantear estrategias o descartarlas, y se disponen más positivamente a abordarlo como una actividad desafiante y no necesariamente impositiva, podrán hallarse en un estado psicoemocional más propicio para la actividad de enseñanza-aprendizaje propuesta, lo que finalmente se traducirá en una percepción más positiva de la actividad, lo que eventualmente impactará de forma positiva en su autoimagen respecto de sus habilidades matemáticas, y en su disposición general hacia las asignaturas del eje matemático durante su formación universitaria.

Por último, es pertinente destacar que este tipo de actividades también genera el espacio para trabajar el adecuado reconocimiento y manejo de emociones, habilidad considerada por la OMS dentro de las habilidades para la vida (World Health Organization, 2003), pues dentro de la categorización —definida por el organismo— se hallan las denominadas habilidades para el control emocional, en donde estas habilidades se encargarían de regular adecuadamente emociones, como por ejemplo, la ira, la tristeza y la frustración.

RESULTADOS

Desde un enfoque cualitativo, y basándonos en las trayectorias de los estudiantes en sus carreras de término, podemos concluir que medidas como la inclusión de TRP ha permitido a los estudiantes desarrollar, en alguna medida, mayores y mejores habilidades de análisis, interpretación, interconexión, entre otras, que las observadas en estudiantes no familiarizados en este tipo de actividades y que no pasaron nuestro programa académico, incorporándose directamente a sus carreras.

Por otra parte, los índices de retención (mejoran en alrededor de 40%) y los porcentajes de aprobación de asignaturas matemáticas bimestralizadas presentan un alza considerable con respecto a periodos equivalentes anteriores. Si bien no podemos adjudicar casualidad directa de esta mejora en estos indicadores a nuestras implementaciones y ajustes curriculares es razonable conjeturar que en algún grado si intervienen en la mejora.

Con respecto a los TRP con acento en lo actitudinal, éstos aún se encuentran en etapa de implementación y ajustes, para pasar a una posterior etapa de análisis de resultados. Sin embargo, ya se observan algunos cambios potencialmente auspiciosos —al menos— en el discurso de los estudiantes respecto a cómo enfrentan nuevos desafíos matemáticos propuestos.

CONCLUSIONES

A modo de reflexión general y guiados por lo descrito a lo largo de este artículo, concluimos que la permanente reflexión y cuestionamiento, la revisión de innovaciones curriculares o metodológicas basadas en reportes científicos y la innovación basada en la evidencia reportada por las comunidades interesadas en los procesos de enseñanza-aprendizaje en estudiantes universitarios, y particularmente, en el aprendizaje de la matemática universitaria, trae consigo una búsqueda y motivación permanente para cuestionar la clase expositiva tradicional. Lo anterior, motivado por lograr que los estudiantes sean protagonistas y co-responsables de la construcción de sus aprendizajes, pues consideramos que es la única forma que sean perdurables y significativos en el tiempo.

En particular, dados los resultados obtenidos producto de las innovaciones y modificaciones curriculares descritas a lo largo del escrito nos confirman que las decisiones han sido las adecuadas, solo quedando pendiente el diseño de instrumentos que nos permitan cuantificar con precisión el nivel de impacto.

REFERENCIAS

- Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational psychologist*, 28(2), 117-148.
- Barahona, P. (2014). Factores determinantes del rendimiento académico de los estudiantes de la Universidad de Atacama. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 40(1), 25-39.
- Calderón, M. G. (2014). Factores asociados al bajo rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso a la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica. (Licenciatura). Universidad Nacional.
- Care, E., Griffin, P., & McGaw, B. (2012). *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17-66). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Chong, E. (2017). Factores que inciden en el rendimiento académico de los estudiantes de la Universidad Politécnica del Valle de Toluca. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)*, 47(1), 91- 108.
- Felmer, P. L., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (2016). *Posing and solving mathematical problems* (pp. 287-308). Suiza: Springer International Publishing.
- Felmer, P., Liljedahl, P., & Koichu, B. (Eds.). (2019). *Problem solving in mathematics instruction and teacher professional development*. Springer International Publishing.
- González-Pianda, J. A. (2003). El rendimiento escolar. Un análisis de las variables que lo condicionan.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.
- Irazoqui Becerra, Elias, & Medina Rivilla, Antonio. (2014). Aplicación de un diseño curricular modular para la enseñanza del cálculo diferencial. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 22(4), 576-586.
- Parraguez González, M., & Randolph Veas, V. (2020). La generalización como estrategia cognitiva para construir la conjetura en una actividad de conteo. Paulo Freire. *Revista De Pedagogía Crítica*, (23), 69-84.
- Piaget, J. y García, R. (1983/1989). *Psychogenesis and the history of science* (H. Feider, Trans.). New York: Columbia University Press. (Obra original publicada en 1983)
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Journal of education*, 196(2), 1-38.
- Tall, D., & Bakar, M. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 23(1), 39-50.
- Valdivieso Aguilera, M. I., Muñoz Bustos, P., Muci Nuñez, A., Molina Bardi, C. E., Cofre, R. B., Calfiqueo, A., & Pedrals Pinoche, G. (2023). Accompaniment students' formative trajectory, in a context of curriculum innovation. *LACCEI*, 1(8).

World Health Organization. (2003). *Investing in mental health*. World Health Organization.

