

# POTENCIANDO EL PENSAMIENTO CRÍTICO, ÉTICO Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN INGENIERÍA A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE AUTÓNOMO Y LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL GENERATIVA

Autor M. Cecilia Corona V, Universidad Autónoma de Chile, maria.corona@uautonoma.cl

Co-Autor Claudio Gutiérrez, Universidad Autónoma de Chile, claudio.gutierrez@uautonoma.cl

## RESUMEN

El proyecto "Potenciando el Pensamiento Crítico, Ético y la Resolución de Problemas en Matemáticas Utilizando Herramientas de Inteligencia Artificial Generativas en el Aprendizaje Autónomo (APM) de los Estudiantes de Primer Año de Ingeniería" se enfoca en mejorar las habilidades de aprendizaje autónomo y el desarrollo de competencias críticas y éticas en estudiantes de ingeniería de la Universidad Autónoma de Chile. La iniciativa busca integrar herramientas de inteligencia artificial generativa en los APM, con el objetivo de transformar el enfoque tradicional en la resolución de problemas matemáticos. Esto se logrará a través de la revisión y modificación de los APM existentes, la capacitación de los docentes en el uso de estas herramientas y la implementación de nuevas estrategias de evaluación que reflejen mejor el aprendizaje profundo. Los estudiantes serán guiados a aplicar conceptos matemáticos en contextos más reales y prácticos, fomentando un pensamiento más crítico y ético. Los resultados esperados incluyen un aumento en los logros de aprendizaje y una mayor capacidad para abordar problemas complejos en su futura carrera profesional.

**PALABRAS CLAVES:** Aprendizaje Autónomo (APM), Inteligencia Artificial, Aprendizaje significativo.

## INTRODUCCIÓN

El proyecto "Potenciando el Pensamiento Crítico, Ético y la Resolución de Problemas en Matemáticas Utilizando Herramientas de Inteligencia Artificial Generativas en el Aprendizaje Autónomo (APM) de los Estudiantes de Primer Año de Ingeniería" de la Universidad Autónoma de Chile, se propone abordar una necesidad clave en la educación en ingeniería: el desarrollo de habilidades críticas, éticas y de resolución de problemas en los estudiantes desde los primeros años de su formación. En un mundo cada vez más impulsado por la tecnología, es esencial que los futuros ingenieros no solo dominen los conceptos matemáticos, sino que también sean capaces de aplicar estos conocimientos en contextos reales y complejos de manera crítica y ética.

Este proyecto innovador plantea la integración de herramientas de inteligencia artificial generativa en los APM, buscando transformar el enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas. Al revisar y mejorar los materiales educativos existentes, capacitar a los docentes en el uso de estas nuevas herramientas tecnológicas, y diseñar estrategias de evaluación que reflejen un aprendizaje más profundo y contextualizado, se espera que los estudiantes desarrollen una mayor capacidad para enfrentar desafíos matemáticos y aplicar sus conocimientos de manera efectiva en su futura práctica profesional.

La implementación de este proyecto no solo mejorará los logros de aprendizaje, sino que también dotará a los estudiantes de las herramientas necesarias para abordar problemas complejos desde una perspectiva ética y crítica, preparándolos para convertirse en ingenieros capaces de contribuir de manera significativa a la sociedad.

## DESARROLLO

Los **aprendizajes mediados por el profesor (APM)** son procesos educativos en los que el profesor actúa como un facilitador o mediador del conocimiento, ayudando a los estudiantes a construir su propio entendimiento a través de la guía, el apoyo y la interacción constante. Este enfoque contrasta con métodos de enseñanza más tradicionales, donde el profesor es la fuente principal de conocimiento y los estudiantes son receptores pasivos. (García Salord, H. J.2004).

Los objetivos que se propuso en este Proyecto son los siguientes:

### OBJETIVO GENERAL.

Potenciar el desarrollo de habilidades críticas, éticas y de resolución de problemas en estudiantes de primer año de ingeniería mediante la integración de herramientas de inteligencia artificial generativa en el aprendizaje autónomo de las matemáticas, promoviendo un enfoque educativo más profundo, contextualizado y adaptable a los desafíos del mundo real.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

**OE1:** Analizar el estado actual de los APM utilizados en la enseñanza de las matemáticas en los estudiantes de primer año de ingeniería, identificando fortalezas, debilidades y oportunidades de mejora en su estructura y contenido, con el fin de determinar su adecuación para la integración de herramientas de inteligencia artificial generativa.

**OE2:** Capacitar a los profesores en el uso de herramientas de inteligencia artificial generativa, brindándoles los recursos y estrategias necesarias para integrar estas tecnologías en los APM y en su práctica docente, con el objetivo de mejorar la enseñanza de matemáticas y fomentar un aprendizaje más autónomo y contextualizado entre los estudiantes.

**OE3:** Implementar estrategias de enseñanza y aprendizaje en los nuevos APM, utilizando herramientas de inteligencia artificial generativa para mejorar la interacción y personalización del aprendizaje en matemáticas en los estudiantes de Ingeniería.

**OE4:** Evaluar las estrategias de enseñanza innovadoras integradas en los APM, de tal manera que permita medir su efectividad en la mejora de los resultados académicos y el desarrollo de habilidades críticas y éticas en los estudiantes, con el fin de ajustar y optimizar las prácticas pedagógicas basadas en inteligencia artificial.

Desde la creación de los Departamentos en la Universidad Autónoma de Chile en el año 2022, el proyecto educativo ha adoptado un enfoque innovador al integrar el aprendizaje mediado (APM) como una herramienta fundamental en todas las asignaturas. Esta estrategia no solo busca adaptar los métodos educativos a las necesidades actuales, sino también promover un aprendizaje autónomo en los estudiantes. Al implementar técnicas que faciliten la autoeducación y la reflexión crítica, la universidad aspira a formar profesionales más independientes y capacitados para enfrentar los desafíos de su entorno con mayor eficacia y creatividad, el diseño de ambientes y situaciones de aprendizajes con el uso de estrategias pedagógicas y el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC) como ChatGPT, puede mejorar la interrelación entre docentes y estudiantes, motivando esto a generar un escenario para el conocimiento y el aprendizaje. Ojeda, Adelaida D, et al (2023).

Según (García Salord, H. J.2004). La experiencia de aprendizaje sincrónico, que lleva por nombre Aprendizaje Mediado (APM), consiste en un desafío matemático a resolver, este desafío corresponde al planteamiento de la meta de aprendizaje mediado. ¿Qué logrará el estudiante una vez finalice el APM?, ejemplo de ello es lo siguiente:

¡Bienvenido al desafío del APM! En este proceso de aprendizaje mediado te propongo un desafío que te permitirá aplicar y consolidar los conocimientos adquiridos. Al finalizar este desafío, habrás desarrollado un producto que reflejará tu comprensión y habilidades.

**Desafío 1**

Título: "El Acertijo Matemático de Juan y Laura"

“Juan y Laura juntan una cierta cantidad de dinero. Juan coloca tres séptimas partes del dinero, en tanto que Laura coloca \$42.000. Calcule cuánto dinero juntaron y que cantidad puso Juan.”

**Objetivo del Desafío:**

Al final de este desafío, serás capaz de aplicar tus conocimientos previos en fracciones y operaciones matemáticas básicas para resolver un problema realista de manejo de dinero. Descubrirás cuánto dinero juntaron Juan y Laura en total y cuánto contribuyó Juan.

**Condiciones y Estructura:**

Activación de Aprendizajes Previos:

- Antes de comenzar, repasa los conceptos de fracciones y proporciones, así como las operaciones básicas de suma y multiplicación.
- Reflexiona sobre cómo estos conceptos se aplican en situaciones cotidianas, como dividir una suma de dinero.

**Desarrollo del Desafío:**

- Utilizando la información dada, formula una ecuación que te permita calcular el monto total de dinero y la contribución de Juan.
- Desarrolla paso a paso tu razonamiento y resuelve la ecuación.

**Presentación de Resultados:**

- Redacta un informe breve donde expliques tu método y los pasos seguidos para llegar a la solución.
- Incluye en el informe cómo los conceptos matemáticos te ayudaron a resolver el problema.

**Temporalidad:** Tienes x días para completar este desafío.

**Evaluación:**

Tu trabajo será evaluado considerando:

- La precisión y corrección de la solución matemática.
- La claridad y coherencia en la explicación de tu método.
- La aplicación correcta de los conceptos matemáticos.

Recuerda este desafío no solo es una evaluación, ¡sino una oportunidad para destacar tu creatividad y habilidades de resolución de problemas!

¡Éxito en tu exploración y comunicación!.

**Rubrica**

Criterio	Excelente	Bueno	Satisfactorio	Insuficiente
<b>Comprensión del Problema</b>	Entiende completamente el problema y lo reformula claramente.	Entiende el problema, pero con pequeñas confusiones.	Entiende el problema de manera general.	No demuestra comprensión del problema.

Criterio	Excelente	Bueno	Satisfactorio	Insuficiente
<b>Aplicación de Conceptos</b>	Aplica correctamente los conceptos matemáticos para resolver el problema.	Aplica los conceptos matemáticos con pequeños errores.	Aplica los concepto matemáticos de forma incompleta o con errores significativos.	No aplica o aplica incorrectamente los conceptos matemáticos.
<b>Precisión en los Cálculos</b>	Realiza todos los cálculos de manera precisa y correcta.	La mayoría de los cálculos son correctos con algunos errores menores.	Realiza cálculos con errores que afectan parcialmente el resultado.	Comete errores significativos en los cálculos que impiden llegar a la solución correcta.
<b>Claridad en la Explicación</b>	Explica el proceso de solución de manera clara, lógica y detallada.	Explica el proceso con claridad, pero falta algún detalle.	La explicación es parcialmente clara con omisiones importantes.	No proporciona una explicación clara o lógica del proceso de solución.

En este contexto inicialmente para el desarrollo del Proyecto se realizó la revisión de la Plantilla que está incorporada en el (Anexo N°1), luego se llevó a cabo la revisión de los APM de semestres anteriores, se comunicó esta actividad a los profesores que impartirían la asignatura de Introducción a las Matemáticas en el primer semestre de 2024, logrando su compromiso para mejorar los APM utilizando una herramienta generativa de IA (CHATGPT 3.5, versión libre) en una primera etapa. Se realizó una primera reunión semivirtual con los profesores que impartirían la asignatura en las tres sedes, 5 profesores en Santiago con una sección cada uno, 1 profesor en Talca con dos secciones y dos profesores en Temuco con dos secciones cada uno, durante la cual se explicó lo que se requería y su participación en esta actividad. En una segunda reunión, se distribuyó la revisión de los 12 APM entre los profesores.

Con la ayuda de la nueva plantilla se realizó la revisión, la que reveló que muchos APM no cumplían con el requisito esencial de presentar un desafío o problema relevante en el contexto de la ingeniería, además se identificó una falta de motivación en los APM para interesar a los estudiantes en la resolución de los problemas planteados.

La incorporación de la herramienta de Inteligencia Artificial (IA) fue crucial para enriquecer los APM, asegurando que estos presentaran problemas más desafiantes y motivadores. Se educó a la herramienta de IA con la información necesaria sobre los APM, incluyendo los resultados entregados por los estudiantes, la solución del problema y la respectiva rúbrica estos se encuentran en el (Anexo N°2)

Se sintetizó un documento que describía en detalle qué es un APM, sus requerimientos y cómo debía cumplir con los resultados de aprendizaje, criterios de evaluación y contenidos, todo bajo la Taxonomía de Marzano, esto permitió utilizar la IA de manera efectiva para generar APM mejorados que fueran más alineados con los objetivos de la asignatura.

Tras la etapa inicial de capacitación, se involucró a todos los profesores en una segunda fase de formación, en el segundo semestre del presente año. Esta fase se centró en mejorar las falencias identificadas en los APM y en perfeccionar el proceso de revisión. La capacitación es

crucial para garantizar que los docentes puedan utilizar la última versión de CHATGPT de manera eficiente y efectiva, mejorando así la calidad de los APM y asegurando que se cumplan los requerimientos de aprendizaje.

Los APM mejorados ahora incluyen desafíos que abordan problemas específicos en contextos de ingeniería, motivando a los estudiantes a resolver las propuestas de manera efectiva, se aseguró que cada APM cumpliera con los resultados de aprendizaje esperados, los criterios de evaluación y los contenidos de la asignatura, manteniendo el nivel cognitivo adecuado según la Taxonomía de Marzano. Los nuevos APM están diseñados para desarrollar competencias clave en los estudiantes, asegurando que aborden problemas con el grado de dificultad adecuado. Se implementaron estrategias para evaluar el impacto de los APM en el aprendizaje de los estudiantes, facilitando una retroalimentación continua para futuras mejoras.

Cada APM cuenta con su respectiva rúbrica y la solución matemática del problema, lo que permite a los estudiantes recibir retroalimentación detallada y precisa. Esta retroalimentación ayuda a los estudiantes a entender sus errores y áreas de mejora, fomentando un aprendizaje más profundo y efectivo, como se muestra en un ejemplo en el (Anexo N°3).

Esta labor de mejoramiento se debe mantener en el tiempo para lograr la calidad requerida. Es esencial establecer un sistema de revisión y actualización continua de los APM para asegurar que sigan siendo relevantes, desafiantes y alineados con los objetivos educativos. La sostenibilidad del proyecto depende de un compromiso a largo plazo por parte de todos los actores involucrados, incluyendo la administración, los profesores y los estudiantes.

Se planea generar una retroalimentación inmediata a los estudiantes directamente después de la revisión realizada por CHATGPT. Si se logra implementar este sistema, los estudiantes recibirán retroalimentación rápida y precisa, lo que es fundamental para un aprendizaje efectivo y continuo.

En resumen, este proyecto es crucial para modernizar y mejorar la educación matemática de los estudiantes de ingeniería, equipándolos con las competencias necesarias para enfrentar los retos del futuro y contribuyendo a una formación integral y de calidad.

## RESULTADOS

A partir del año 2024, se han implementado estos Ambientes de Aprendizaje Mediado (APM) en la asignatura de Introducción a las Matemáticas. Los resultados de las evaluaciones obtenidos se analizarán mediante técnicas estadísticas para construir indicadores que medirán el logro y el aprendizaje de los estudiantes.

Los indicadores serán:

1. Indicador de Logros Académicos (ILA): basado en los promedios aritméticos de los años 2022 y 2023, comparados con los resultados del año 2024.
2. Indicador de Mejoramiento del Aprendizaje: utilizando el coeficiente de variabilidad, se analizará la dispersión de los aprendizajes en los periodos determinados, permitiendo evaluar la consistencia y eficacia de los APM.
3. Prototipo de APM: se desarrollará un nuevo prototipo de Ambientes de Aprendizaje Mediado, diferente al utilizado en años anteriores, con el objetivo de mejorar los resultados de aprendizaje en los estudiantes.

Este enfoque busca no solo medir los logros actuales, sino también identificar áreas de mejora continua en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

## CONCLUSIONES

La integración de la inteligencia artificial (IA) en la enseñanza de las matemáticas en la Universidad Autónoma es una estrategia prometedora que puede aportar numerosos beneficios. Algunas consideraciones en las que la IA puede impactar positivamente la educación matemáticas son:

La IA puede analizar el rendimiento individual de los estudiantes y adaptar los materiales de aprendizaje y las actividades de Aprendizaje Mediado (APM) según sus necesidades específicas.

Esto permite una personalización del aprendizaje, brindando a cada estudiante la oportunidad de avanzar a su propio ritmo y centrarse en áreas que requieren más atención.

La IA puede proporcionar retroalimentación inmediata sobre el desempeño de los estudiantes en los APM.

Los estudiantes pueden corregir errores de inmediato, lo que contribuye a un aprendizaje más efectivo y ayuda a consolidar la comprensión de los conceptos.

La recopilación y el análisis continuo de datos permiten a los profesores identificar patrones en el rendimiento de los estudiantes, esto ayuda a comprender las áreas de dificultad comunes, lo que a su vez permite ajustar las estrategias de enseñanza para abordar las necesidades específicas de la clase.

Se comenzó con un plan piloto en la asignatura de Introducción a las Matemáticas ya que es una forma sensata de evaluar la efectividad de la integración de la IA.

## REFERENCIAS

Aparicio Gómez, W. O. (2023). La inteligencia artificial y su incidencia en la educación: transformando el aprendizaje para el Siglo XXI. *Revista internacional de pedagogía e innovación educativa*, 3(2), 217-229. doi: 10.51660/ripie.v3i2.133

Asociación Somos Digital. (2022). Traducción de DigComp 2.2. Marco de Competencias Digitales para la Ciudadanía. [https://somos-digital.org/wpcontent/uploads/2022/04/digcomp2.2\\_castellano.pdf](https://somos-digital.org/wpcontent/uploads/2022/04/digcomp2.2_castellano.pdf). AWS.

García, V, Mora, A. y Ávila, J. (2020) La inteligencia artificial en la educación, <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v6i3.1421>.

García Salord, H. J. (2004). *La mediación pedagógica: un concepto clave en la educación*. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6(2).

Ojeda, Adelaida D, et al (2023) Análisis del impacto de la inteligencia artificial ChatGPT en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación universitaria. *Revista Formación Universitaria. versión On-line* ISSN 0718-5006, vol.16 N6 <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062023000600061>

Sigman, M. y Bilinkis, S. (2023), *Artificial, "La nueva inteligencia y el contorno de lo humano"*, Penguin Random House Grupo Editorial, Barcelona.

**Anexo N°1**

**PLANTILLA PARA LA REALIZACION DE APRENDIZAJE MEDIADO (APM)  
CORREGIDA**

La información que se solicita a continuación corresponde al contenido de los APM de la Unidad y será utilizado para el desarrollo de la experiencia de aprendizaje asincrónico. Este recurso se instala en la sección APRENDIZAJE MEDIADO (APM) en CANVAS

Se le solicita completar toda la información de la siguiente tabla:

Carrera	
Asignatura	
Docente	
Responsable de la asignatura	
Módulo o Unidad	
Título del Aprendizaje Mediado	
Resultado de aprendizaje al que responde el APM	
Palabras claves del APM (Señale 2 o 3 conceptos que representen los contenidos del APM)	
Fecha de publicación del APM en Canvas	
Tiempo en que demora la actividad para los estudiantes	

**1. Desafío**

Corresponde al planteamiento de la meta del **APRENDIZAJE MEDIADO (APM)**. Responde a la pregunta: **¿Qué logrará el estudiante una vez finalice el APM? El desafío no es una prueba de alternativas o cuestionario.** El desafío se materializa en un producto que el estudiante pueda desarrollar. Otra característica importante es que será calificado.

Algunos ejemplos de planteamiento de desafío son:

- **Desarrollar un procedimiento aplicando las etapas de algún concepto estudiado.**
- **Resolver problemas cotidianos o de la especialidad**
- Redactar un informe
- Realizar un video sobre algún tema
- Otro

**Redacte aquí el desafío del APM con tiempo:**

Indicar las normas comunicativas bajo las cuales redactará el desafío, por ejemplo: en primera persona singular y con una redacción cercana al estudiante. Otro punto importante es entregar una estructura al desafío, si debe comenzar con un planteamiento, o condiciones bajo las cuales se llevará a cabo. Temporalidad y lo que se espera de él son otros puntos relevantes para considerar.

Si este desafío forma parte del desarrollo de la experiencia de aprendizaje asincrónico, deberá ser precedida por la activación de aprendizajes previos.

## 2. Vinculación con conocimientos previos

Es la segunda fase de este APM. Su objetivo es activar los conocimientos previos de los estudiantes.?

Para completar esta fase usted debe:

Redactar una breve introducción que responda a las preguntas: ¿Por qué es importante para el estudiante lograr el desafío planteado? ¿ de qué manera puedes relacionar XXX XXXX (seleccionar contenidos iniciales de este curso) con actividades que desarrollaste en asignaturas o unidades pasadas?

1. Seleccionar una de las siguientes opciones o bien incorpore otra:
  - a) Breve historia que motiven la reflexión del estudiante (1 párrafo).
  - b) Cuestionario de 3 preguntas. En este caso, recuerde señalar la alternativa correcta.
  - c) Extracto de película o serie. (Enviar el link donde está el extracto de la película o serie; o señalar los minutos de inicio y término del extracto)
  - d) Fotografía con 1 pregunta de reflexión. (Enviar fotografía en formato de imagen JPG o PNG). Importante le tipo de licencia del recurso que usarán, si posee licencia CC y de qué tipo
  - e) Otra indicando de que se trata

Un foro de preguntas abiertas y reflexiva suele ser también, una buena opción

Indicar si se realizará con herramienta nativa de Canvas o si se realizará con un entregable .doc

**Señale aquí una introducción:**

**Señale aquí su propuesta para activar los conocimientos previos. Si seleccionó los puntos c) o d), debe adjuntar el archivo en el formato que se indica.**

## 3. Conceptualización

Consiste en la ampliación y profundización de conocimientos. El estudiante podrá obtener nueva información, ya sea conceptos, ideas y teorías que orientan la acción y que aportarán al diseño de su desafío final.

En esta fase, usted deberá entregar los contenidos del APM. Se trata de todo el contenido que el estudiante requiere para lograr la meta de aprendizaje planteada.

Se requiere que los contenidos principales sean entregados en formato editable de Word o Power Point, de manera ordenada y jerarquizada; es decir, señalando títulos, subtítulos, enumeraciones o viñetas, entre otros.

**Los esquemas deben estar incorporados en formato editable, no como imagen.**

Si entregará una presentación Power Point, su extensión máxima debe ser de 20 a 25 diapositivas con contenidos. Recuerde que es importante que las diapositivas presenten contenidos que los estudiantes deban leer y estudiar.

Si entregará un documento Word, su extensión máxima debe ser de 6 páginas.

Es relevante que en este punto se trabaje un desarrollo que invite a los estudiantes a una experiencia de aprendizaje enmarcada en una actividad, y para resolverla tengan a disposición

variedad de insumos, como videos, bibliografía, apuntes, infografías, etc. Cada recurso debe ser presentado indicando su rol y aporte en el proceso, además de enlazado a la actividad.

- **Recomiende lecturas para profundizar o lecturas obligatorias.** Debe adjuntar los documentos para la lectura en formato PDF y la fuente correspondiente. Importante usar la bibliografía básica y sugerida del programa, sobre todo indicando las páginas que deberán trabajar y el propósito de su uso. Es probable que estas se encuentren en las bases de datos de la Biblioteca institucional, por lo que es recomendable usar un enlace que los redireccione a texto, con esto resguardamos los derechos de los autores.
- **Recomiende sitios Web o enlaces de interés. Debe enviar el link y el nombre del Sitio.**
- Incorpore casos o experiencias que promueven la conexión entre lo que ya se conoce y lo nuevo. Puede incluir videos que ejemplifiquen lo que estudiará, señalando el enlace y el título del video.
- Es importante la fiabilidad de los sitios que se recomendarán

**Redacte aquí o adjunte al enviar este documento, su propuesta de conceptualización:**

#### 4. Autoevaluación

Consiste en una actividad de reflexión de los estudiantes acerca de lo estudiado en la conceptualización. El estudiante responderá una encuesta acerca de los contenidos presentados.

En este punto, es importante abrir el proceso de metacognición a la socialización con pares, de esta forma podemos trabajar un aprendizaje colaborativo de mayor escala, por ese motivo este apartado podría llamarse recuento, análisis o metacognición. Y las herramientas podrían ser un One Minute Paper, Foro, Reflexiones, etc

**Redacte aquí un cuestionario de mínimo 3 preguntas y máximo 5 de respuesta breve**

#### 5. Tarea

Consiste en el desarrollo del desafío planteado al inicio de la ruta de aprendizaje. En esta etapa el estudiante complementa de manera concreta los aprendizajes previos y los nuevos.

Se espera que usted:

Redacte una actividad, señalando en detalle las instrucciones. Indique al estudiante lo que deberá realizar y cuál será el producto final. Para esto se adjunta la plantilla de la Tarea de aplicación. Es importante que señale de qué manera será evaluado y adjuntar una rúbrica o **pauta de evaluación**. Si usted requiere que el estudiante entregue la actividad en un formato específico, debe adjuntar dicho formato junto con esta plantilla. Además de indicar los recursos que les serán útiles para su ejecución, los tiempos destinados a ella y el tiempo que el profesor demorará en revisar y retroalimentar.

Redacte la tarea en el formato que se adjunta

Entregue el instrumento de evaluación de la tarea de aplicación y una rúbrica de Evaluación o pauta de corrección

No se permite las tareas con alternativas

## 6. Sistematización













Es la etapa final de la ruta de aprendizaje del APM. El estudiante podrá observar una imagen, infografía o un esquema que le permita sistematizar lo aprendido.

Se espera que usted realice un esquema jerarquizado con los contenidos esenciales estudiados en el APM. Puede presentar solo los contenidos jerarquizados, no es necesario que realice cuadros o dibuje el esquema.

**Desarrolle aquí un esquema para resumir los contenidos:**

## Anexo N°2

### LISTADOS DE LOS APM REFORMULADOS

-  APM 1 Multiplicación-División-Conversión de unidades
-  APM 2 Razones y Proporciones
-  APM 3 Potencias y raíces
-  APM 4 Matemática financiera (interés simple, interés Co...
-  APM 5 Expresiones algebraicas
-  APM 6 Sistemas de ecuaciones
-  APM 7 Ecuaciones de segundo grado
-  APM 8 Ecuaciones Racionales, irracionales, exponenciales...
-  APM 9 Función Dominio y Recorrido
-  APM 10 Función Inversa
-  APM 11 Funciones Relacionado con EPI
-  APM 12 Función Exponencial y Logaritmica

## Anexo N°3

### APM semana 1: Introducción a las matemáticas AÑO 2022

Carrera	Ingeniería Civil
Asignatura	Introducción a las matemáticas
Docente	Edio Mardones Arias
Módulo o Unidad	<b>1</b>
Título del APM	<b>Conjuntos numéricos</b>
Resultado de aprendizaje del APM al que pertenece la tarea	Resuelve problemas de planteo cotidianos y de la especialidad, haciendo uso de operaciones numéricas, proporciones, porcentajes e

	interés simple y compuesto
Título de la Tarea	Problemas de planteamiento de conjuntos numéricos
Fecha de publicación de la tarea	
Fecha en la que los estudiantes deben entregar la tarea	

### 1. Desafío

Resolver problemas contextualizados usando operaciones básicas de los conjuntos numéricos

### 2. Conocimientos previos

Para completar este desafío deberás revisar conceptos de: operatoria en los números reales, mínimo común múltiplo, construcción de ecuaciones a partir de un enunciado.

### 3. Conceptualización

Los números reales son el conjunto más amplio de números que trabajaremos en este curso. Ellos incluyen varios subconjuntos

### 4. Tarea

Tiempo estimado de trabajo: 80 minutos

Resuelve los siguientes problemas

- Un estanque contiene  $\frac{3}{4}$  de su capacidad de gasolina. Si en un recorrido el automóvil gasta 2,5 litros, quedan  $\frac{5}{12}$  de su capacidad. ¿Cuántos litros de gasolina hay que echarle para llenarlo? (10 pts)
- Un estanque tiene ocupadas sus  $\frac{3}{8}$  partes con un líquido. Si al agregarle 500 litros de este líquido ocupa la mitad del estanque. ¿Cuál es su capacidad? (10 pts)
- En un local comercial de aceite para motor se tienen 6 botellas llenas y 4 a mitad de capacidad. Todas las botellas son de  $1\frac{3}{4}$ . Determine cuántas botellas de medio litro se usarán para envasar el aceite. (10 pts)
- Diseña un problema cotidiano que involucre operaciones con los números reales (20 pts).

### 5. Sistematización

Los contenidos necesarios para realizar la actividad son:

- Operaciones con los números reales
- Operaciones con fracciones
- Construcción de ecuaciones

**APRENDIZAJE MEDIADO N°1(APM) INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS  
CORREGIDO USANDO IA**

Carrera	Ingeniería Civil Industrial- Ingeniería Civil Informática- Ingeniería Civil Química
Asignatura	Introducción a las Matemáticas
Docentes	
Responsable de la asignatura	Claudio Gutiérrez Pizarro
Módulo o Unidad	Unidad 1 Conjuntos Numéricos
Título del Aprendizaje Mediado	Desafío APM 1: " Cálculo de Producción en una Fábrica de Botellas de Agua"
Resultado de aprendizaje del APM	Resuelve problemas de planteo cotidianos y de la especialidad, haciendo uso de operaciones numéricas.
Palabras claves del APM (Señale 2 o 3 conceptos que representen los contenidos del APM)	Multiplicación-División-Conversion de unidades
Fecha de publicación del APM en Canvas	
Tiempo en que demora la actividad para los estudiantes	40 minutos

**1.- Desafío**

**INTRODUCCIÓN**

Los conceptos matemáticos para utilizar forman la base para resolver el problema presentado en esta APM y son fundamentales en el estudio de las matemáticas, especialmente en contextos aplicados como la ingeniería y la gestión industrial. Su comprensión y aplicación permiten a los estudiantes resolver problemas prácticos y reales, utilizando herramientas matemáticas básicas.



## CONTEXTO

Aquí tienes una imagen que refleja un ambiente de una fábrica de botellas de agua en plena operación, con maquinaria avanzada y trabajadores monitoreando la línea de producción. La imagen ilustra el concepto de eficiencia y productividad en un entorno industrial moderno.

Para reflexionar sobre el desafío, considera la siguiente pregunta: "¿Cómo podrían las mejoras tecnológicas y la optimización de procesos influir en la capacidad de producción de una fábrica, y qué impacto tendría esto en el cálculo de producción semanal de botellas de agua?"

## 2. Vinculación con conocimientos previos:

La conceptualización matemática para este APM, centrado en el cálculo de la producción de una fábrica de botellas de agua, se basa en varios conceptos fundamentales de matemáticas:

1. Multiplicación: Este es un concepto clave para calcular el tiempo total de operación de la fábrica en una semana.
2. División: Se utiliza para determinar el número total de botellas producidas. Este cálculo refleja el concepto de tasa, donde calculamos cuántas unidades de un ítem (en este caso, botellas) pueden ser producidas en una unidad de tiempo.
3. Conversión de Unidades: Específicamente, la conversión de horas a minutos. Este concepto es esencial en matemáticas para alinear y comparar unidades de medida, permitiendo cálculos precisos en contextos donde las unidades no son inicialmente compatibles.

## 3. Conceptualización

### Conjuntos Numéricos

- **Números Naturales:**  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  .
- **Números Enteros:**  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  .
- **Números Racionales:**  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$  .

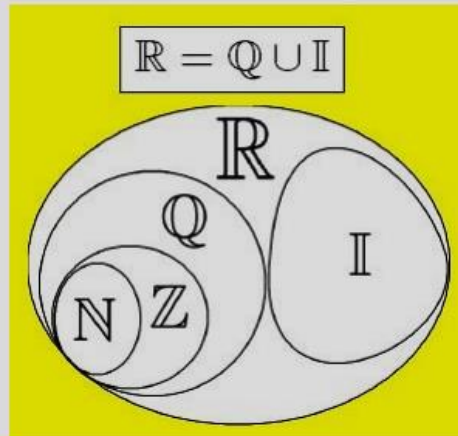
Como vemos el conjunto de los números racionales es el conjunto de las fracciones. Cada fracción tiene asociada una expresión decimal (que obtenemos dividiendo numerador por denominador), que puede ser de tres tipos:

- **Exacta:** Ejemplo:  $\frac{2}{5} = 0,4$
- **Periódica Pura:** Ejemplo:  $\frac{2}{3} = 0,6666\dots = 0,\bar{6}$  .
- **Periódica Mixta:** Ejemplo:  $\frac{1}{6} = 0,16666\dots = 0,1\bar{6}$  .

- **Números Irracionales:**  $\mathbb{I}$  , los números irracionales son aquellos con infinitas cifras decimales no periódicas.

Ejemplos:  $\sqrt{2}$  ,  $\sqrt{3}$  ,  $\sqrt{5}$  ...  
 $\pi = 3,141592\dots$   
 $1,030030003\dots$   
 $2,010011000111\dots$

- **Números Reales:**  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$  .



**Ejercicio:** Indica a qué conjuntos numéricos pertenecen los siguientes números:

	$\frac{6}{5}$	-4	12	3,9292...	$\frac{20}{4}$	$\sqrt{13}$	9,03434...	1,121221222...	$-\frac{1}{2}$	-13231
Naturales <b>N</b>										
Enteros <b>Z</b>										
Racionales <b>Q</b>										
Irracionales <b>I</b>										
Reales <b>R</b>										

### Números Naturales

- Los números naturales constituyen un conjunto cerrado para las operaciones de **suma** y el **producto** ya que, al operar con cualquiera de sus elementos, el resultado siempre será un **número natural**, en cambio la diferencia no siempre es otro natural.
- En el conjunto de los naturales solo podemos realizar dos operaciones que son:**
- La Suma y la multiplicación.
- Ejemplos:  $4 + 2 = 6$  ;  $5 \cdot 3 = 15$

### Características

- Tiene un número infinito de elementos, es decir no tiene elemento ultimo no existe un número natural máximo.
- Es un conjunto ordenado.
- Existe un primer número natural que es el 1.
- Entre dos números naturales consecutivos no existe otro número natural.
- Todo número natural le antecede otro número natural, excepto el uno, esto indica que el uno es el primer número natural.
- Si un número natural es  $n$ , el anterior a él que se le denomina antecesor es  $1 - n$ , y al siguiente se le denomina sucesor que es  $1 + n$ .

Cada Número Natural sólo puede ser par o impar.

- Se dice que un número natural  $m$  es par, si  $m = 2n$  para algún número natural  $n$ ; en otras palabras,  $m$  es par si  $m$  es un múltiplo de 2.
- En cualquier otro caso se dice que  $m$  es impar, que se obtiene por la expresión  $m = 2n - 1$ .
- $\mathbb{N}$  por tener primer elemento es un conjunto que sirve para contar.
- Si  $m$  es un múltiplo de  $n$ , se dice que  $n$  es un factor de  $m$ . por ejemplo: 13 y 5 son factores de 65, ya que  $65 = 13 \cdot 5$ . Un número natural que tenga otro factor aparte de sí mismo y al 1 se llama número **compuesto**. Un número natural mayor que 1 y que no tenga más factores que él mismo y al 1 recibe el nombre de número **primo**. Todo número par, excepto el 2, es un número compuesto, ya que tiene el factor 2 además de sí mismo y al 1, por ejemplo 6 es un número compuesto, pues  $6 = 2 \cdot 3$ ;  $6 = 6 \cdot 1$

### Números Enteros

- ▶ Cuando utilizamos conceptos como arriba, abajo, antes, después, a la derecha o a la izquierda, debe establecerse una referencia a partir de la cual se está arriba, abajo, antes o después, a la derecha o a la izquierda.
- ▶ Son puntos de referencia, por ejemplo, el nivel del mar, la planta baja de un edificio, kilómetro 0, etc.
- ▶ En situaciones en las que se fija un punto de referencia, como el nivel del mar, se hace necesario anteponer un signo al número considerado: si la posición es por encima del nivel del mar se antepone el signo +, y si es por debajo el signo -.
- ▶ El registro de temperaturas sobre y bajo cero, la notación de ganancias y pérdidas, son ejemplos de situaciones en las que se usan números enteros.
- ▶ Si un número está precedido por un signo +, es mayor que 0 y es un número natural o entero positivo.
- ▶ Si está precedido por un signo -, es menor que 0 y es un número entero negativo
- ▶ El 0 es un número entero que no es ni positivo ni negativo.

Hay problemas que no tienen solución en IN. Por ejemplo, la ecuación  $x + 7 = 4$  no tiene solución en IN pues no existe:  $n \in \text{IN}$  tal que  $x + 7 = 4$ . La necesidad de resolver problemas de este tipo trajo como consecuencia la ampliación del conjunto numérico natural al conjunto de los Números Enteros.

### Multiplicación de números enteros

- ▶ ¿Qué ocurre con los signos si multiplicamos números enteros?
- ▶ Regla de los signos

- ▶  $+\cdot+=+$
- ▶  $-\cdot-=+$
- ▶  $-\cdot+=-$
- ▶  $+\cdot=-$

### Propiedades de la Multiplicación y la División

Propiedad	¿Se cumple en la multiplicación?	¿Se cumple en la división?
Conmutativa	Si $a \cdot b = b \cdot a$ $-3 \cdot 4 = 4 \cdot -3$ $-12 = -12$	No $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$
Asociativa	Si $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	No $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$
Elemento neutro	Si El 1	Solo como divisor $a:1 = a$
Elemento absorbente	Si El 0, $9 \cdot 0 = 0$	Solo el dividendo: el $0:8=0$ $0:a=0$ La división por 0 no tiene solución

Distributividad	Si $(a + b - c) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d - c \cdot d$	Solo a la derecha: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a : (b + c) \neq a : b + a : c$
-----------------	---	--

### Ejercicio

a	b	c	$a - b + c$	$(a + c) \cdot b$	$(a + b) : c$	$a \cdot b - c$
-2	8	-6				
-5	-3	2				
-4	8	4				

- Completa la siguiente tabla (efectúa las operaciones)

- Divisores de un número

Un número a es divisor de otro número b, cuando el resto de dividir b entre a es cero, en otras palabras, cuando la división de b entre a es exacta.

Ejemplo: 60 es divisible por 5

- Múltiplos de un número.

Un número b es múltiplo de otro número a, cuando el resto de dividir b entre a es cero, en otras palabras, cuando la división de b entre a es exacta.

### Números Racionales

Una fracción es un número escrito en la forma  $\frac{a}{b}$ , de tal modo que b no sea igual a cero.

Recuerda que todo número que se puede escribir de la forma  $\frac{a}{b}$  se llama número racional. El numerador es el número que está sobre la barra de fracción; en este caso, la a. El denominador es el número que está debajo de la barra de fracción, o sea, la b. El denominador indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad, y el numerador indica cuántas se han tomado.

Ejemplo: en la fracción  $\frac{3}{4}$ ; el numerador es el 3 y el denominador es el 4.

### Tipos de fracciones

- Fracciones propias: el numerador es menor que el denominador. Son menores que un entero, por ejemplo:  $\frac{2}{5}$
- Fracciones impropias: el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de él. Son mayores que un entero, por ejemplo:  $\frac{5}{2}$

- Fracciones aparentes: el numerador es igual que el denominador o bien es múltiplo de él. En realidad, no son fracciones sino números enteros. Por ejemplo:  $\frac{6}{2}$

### Números Mixtos

Un número mixto es la suma de un número entero y una fracción. Se escribe sin el símbolo de suma (+). Por ejemplo,  $1\frac{1}{2}$  se lee “uno y un medio” y es igual a  $1 + \frac{1}{2}$ .

Los números mixtos se pueden convertir a fracción impropia, y viceversa:

#### Para cambiar un número mixto a una fracción impropia:

1. Multiplicar el denominador por el número entero.
2. Sumar el numerador al producto dado en el paso 1.
3. Escribir la suma donde está el numerador original.

Ejemplo:  $1\frac{2}{3}$

Ejemplo:  $1\frac{2}{3}$

a.  $3 \cdot 1 = 3$  Se multiplicó el denominador por el número entero.

b.  $3 + 2 = 5$  Se sumó el producto (3) con el numerador (2)

c.  $\frac{5}{3}$  Se escribió la suma en el numerador

### Números Irracionales

Los números irracionales son aquellos números que no pueden expresarse como razón de dos números enteros.

Se describe como el conjunto:

$$I = \{x / x \text{ es número decimal infinito no periódico}\}$$

#### Ejemplos

- El número  $\pi = 3,14159265\dots$ ; recordemos que este número representa la razón de la circunferencia de un círculo  $2\pi r$ , con su diámetro  $2r$
- Las raíces inexactas como, por ejemplo:
- $\sqrt{2} = 1,4142\dots$

- $\sqrt{3} = 1,7321 \dots$
- $\sqrt{5} = 2,2361 \dots$

## Números Reales

### ► Definición

Un número real es un número positivo, negativo, infinito finito o cero

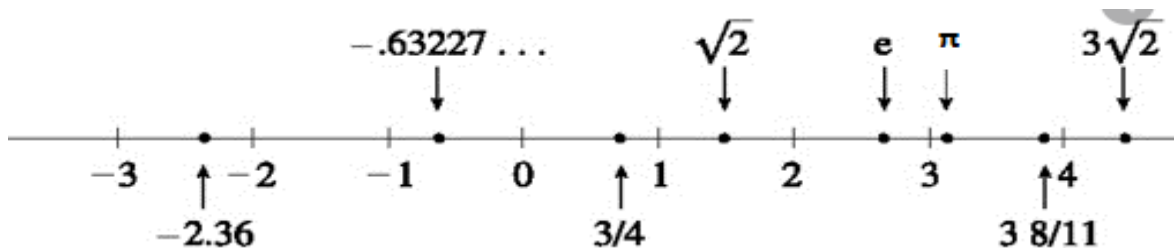
### ► Observación:

El conjunto de los números reales puede ser representado por medio de una recta numérica.

La recta tiene un punto cero (0) denominado origen; que sirve para representar el número real cero.

A cada punto de esa recta numérica le corresponde un único número real.

- Los puntos situados a la derecha del origen corresponden a los números reales positivos denotados por  $\mathbb{R}^+$
- Los puntos situados a la izquierda del origen corresponden a los números reales negativos denotados por  $\mathbb{R}^-$



- Observación: Las propiedades analizadas en los números racionales son válidas para los números reales

## Relaciones de Orden

- Es importante recordar que para cualesquiera dos números reales diferentes a los que llamaremos  $a$  y  $b$ , siempre uno es mayor que el otro.
- Si  $a - b$  es positivo, entonces  $a > b$
- Si  $b - a$  es positivo, entonces  $a < b$
- Por lo que podemos escribir:
- Sean  $a$  y  $b$  números enteros, entonces:
  - $a > b$  si y sólo si  $a - b > 0$
  - $a < b$  si y sólo si  $a - b < 0$
  - $a \geq b$  si y sólo si  $a > b \vee a = b$
  - $a \leq b$  si y sólo si  $a < b \vee a = b$

**4.- Autoevaluación**

Teniendo en cuenta la Conceptualización, marque con una X donde más lo represente

<b>1.Tengo claro y entiendo lo que aparece en la conceptualización.</b>	Mucho	Bastante	Nada
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>2.La conceptualización es clara y precisa</b>	Mucho	Bastante	Nada
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>3.La aplicación me hizo comprender de mejor manera la conceptualización</b>	Mucho	Bastante	Nada
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**5.- Tarea**

Eres un estudiante de Ingeniería trabajando en un proyecto de Matemáticas. Tu tarea es calcular cuántas botellas de agua puede producir una fábrica en una semana dadas ciertas limitaciones operativas.

**Datos y limitaciones del problema:**

- La fábrica opera 5 días a la semana.
- Cada día, la fábrica puede operar durante 6 horas.
- Se tarda 3 minutos en producir una botella de agua.

**Instrucciones:**

1. Calcula el tiempo total de operación en una semana:
2. Determina la producción total de botellas

**Temporalidad:** Tienes 40 minutos para completar este desafío

**Presentación de Resultados:**

- Redacta un informe breve donde expliques tu método y los pasos seguidos para llegar a la solución.
- Incluye en el informe cómo los conceptos matemáticos te ayudaron a resolver el problema. Utiliza Word, letra Times New Román 12 sin espaciado entre líneas y **no** manuscrita

**Evaluación:**

Tu trabajo será evaluado considerando:

- La precisión y corrección de la solución matemática.
- La claridad y coherencia en la explicación de tu método.
- La aplicación correcta de los conceptos matemáticos.

Recuerda este desafío es una evaluación formativa. ¡Es una oportunidad para destacar tu creatividad y habilidades de resolución de problemas!  
 ¡Éxito en tu exploración y comunicación!

Rúbrica de Evaluación

<b>Criterios de Evaluación</b>	<b>Excelente (100-85%)</b>	<b>Bueno (84-70%)</b>	<b>Aceptable (69-55%)</b>	<b>Insuficiente (&lt;55%)</b>
<b>Precisión Matemática (40%)</b>	Todos los cálculos son correctos y precisos. Se demuestra un entendimiento claro de las operaciones de multiplicación y división.	La mayoría de los cálculos son correctos, con algunos errores menores. Se entiende el concepto, pero hay pequeñas fallas.	Los cálculos contienen errores notables, aunque se entiende el método general utilizado.	Los cálculos son mayormente incorrectos y muestran un entendimiento deficiente de las operaciones matemáticas fundamentales.
<b>Aplicación de Conceptos (30%)</b>	Aplica los conceptos de multiplicación, división y conversión de unidades de manera excelente y coherente en todos los cálculos.	Aplica correctamente la mayoría de los conceptos, con algunos errores o inconsistencias menores.	Muestra una comprensión básica de los conceptos, pero con errores significativos en su aplicación.	Falla en aplicar correctamente los conceptos matemáticos clave, lo que lleva a conclusiones incorrectas.
<b>Claridad en la Presentación (20%)</b>	Presenta la información de manera excepcionalmente clara y lógica, con una excelente organización y uso de tablas/gráficos.	La presentación es clara y mayormente lógica con una buena organización, aunque puede mejorar en algunos aspectos.	La presentación es comprensible, pero con problemas de claridad, lógica u organización.	La presentación es confusa, desorganizada y difícil de seguir. No se utilizan adecuadamente las tablas o gráficos.
<b>PUNTAJE</b>				

Autoevaluación

Reflexiona. Responde sintetizando lo más posible.

<b>N °</b>	<b>Área de Enfoque</b>	<b>Pregunta</b>
1	<b>Fundamentos Matemáticos</b>	¿Qué conceptos matemáticos básicos encontraste más desafiantes en esta unidad y qué estrategias utilizaste para mejorar tu comprensión de estos temas?
2	<b>Aplicación en la vida real</b>	"Piensa en un ejemplo de tu vida diaria o en un posible escenario en tu futura carrera donde los conceptos matemáticos aprendidos podrían ser útiles. ¿Cómo aplicarías estos conocimientos?"
3	<b>Estrategias de Estudio</b>	¿Qué métodos o técnicas de estudio te ayudaron a aprender los conceptos matemáticos en esta unidad? ¿Hay alguno que pienses seguir utilizando en tus próximos cursos?
4	<b>Reflexión</b>	Al mirar atrás en tu proceso de aprendizaje durante esta unidad, ¿qué descubriste sobre tus propias habilidades y estilo de aprendizaje, y cómo puedes utilizar este conocimiento en el futuro?

## 6. Sistematización

