

Experiencias de estudiantes de ingeniería en una tarea de modelización matemática enfocada en sostenibilidad en Álgebra Lineal

Andrea Cárcamo Bahamonde, Universidad Austral de Chile, andrea.carcamo@uach.cl
Claudio Fuentealba Aguilera, Institución, Universidad Austral de Chile, cfuentealba@uach.cl

RESUMEN

Este estudio presenta la valoración y las dificultades experimentadas por 62 estudiantes de ingeniería al resolver una tarea diseñada para fomentar el desarrollo de la competencia de modelización matemática y la reflexión respecto a la sostenibilidad. Utilizando la metodología de investigación basada en el diseño, se elaboró y aplicó dicha tarea en un curso de Álgebra Lineal para ingeniería. Los resultados muestran que los estudiantes valoraron positivamente la iniciativa porque les permitió potenciar competencias interpersonales y de gestión (trabajo colaborativo, comunicación efectiva, organización del trabajo) así como la competencia de modelización matemática. Además, algunos estudiantes manifestaron dificultades relacionadas con comprender el enunciado del problema, identificar la matemática a usar para resolver el problema, interpretar los resultados matemáticos al contexto real y con la organización del grupo. Finalmente, se reflexiona en cómo continuar implementando este tipo de tareas en cursos de matemáticas a nivel universitario y se proporcionan sugerencias didácticas para superar las dificultades manifestadas por algunos estudiantes.

PALABRAS CLAVES: modelización matemática, Álgebra Lineal, estudiantes de ingeniería, educación en ingeniería.

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son un obstáculo para finalizar la carrera de ingeniería (Tsui y Khan, 2023). Por ende, se requiere implementar metodologías de enseñanza innovadoras en los cursos de matemáticas para ingeniería que contribuyan a superar dicho obstáculo. Entre estas metodologías se encuentra plantear a los estudiantes situaciones con contexto real en donde utilicen las matemáticas que están aprendiendo. En particular, situaciones que potencien la competencia de modelización matemática de los futuros ingenieros y que los insten a reflexionar sobre la sostenibilidad, ya que estos son elementos que le van a facilitar su éxito en el ámbito laboral.

En Chile, entre los principales factores, para asumir la renovación en la formación de ingenieros (pregrado), se encuentra incorporar sistemas de enseñanza-aprendizaje que integren metodologías tradicionales y otras nuevas, efectivas y de calidad, enfocadas en los estudiantes (Instituto de ingenieros de Chile, 2018). Al respecto, Rodríguez-Gallegos (2017) plantea incorporar la modelización matemática como metodología en los cursos dirigidos a estudiantes de ingeniería porque fomenta la generación de habilidades que requiere un ingeniero del siglo XXI. Los ingenieros configuran y trabajan con modelos matemáticos al resolver problemas de ingeniería, por tanto, para hacer esto con éxito, es esencial la competencia de modelización matemática (Alpers, 2017). Incluso, existe un amplio consenso en que la modelización matemática es una de las competencias clave que requiere un ingeniero de clase mundial (Aravena et al., 2022).

Por otra parte, es importante conocer cuál es la valoración de los estudiantes de tareas que consideren la modelización matemática, así como las dificultades que puedan tener durante la resolución de esta. Dicha información es relevante para mejorar la calidad de la enseñanza y para fortalecer el aprendizaje y la aplicación práctica de conceptos matemáticos.

Considerando lo expuesto, el objetivo de esta investigación es presentar la valoración y las dificultades experimentadas por estudiantes de ingeniería al resolver una tarea diseñada para fomentar el desarrollo de la competencia de modelización matemática y la reflexión respecto a la sostenibilidad.

Con este estudio, se espera contribuir y fomentar las innovaciones en los cursos de matemática para ingeniería con el fin de ir dejando de lado los enfoques centrados en procesos mecánicos y algorítmicos (Brito-Vallina et al., 2011; Álvarez-Macea y Costa, 2019).

DESARROLLO

La metodología fue la investigación basada en el diseño (Plomp, 2013) que consta de tres fases: la preparación del experimento, el experimento de enseñanza y el análisis retrospectivo (Gravemeijer y van Eerde, 2009). En la fase de preparación del experimento se elaboró una tarea destinada a estudiantes de ingeniería con el propósito de fomentar la competencia en modelización matemática dentro del curso de Álgebra Lineal. Para diseñar esta tarea, se consideró el ciclo de modelización matemática de Blum y Leiss (2007), las subcompetencias de modelización matemática, el proceso de diseño de tareas de modelización según Galbraith (2007), investigaciones previas sobre aplicaciones de Álgebra Lineal (como la de Ramírez-Montes et al., 2021), ejercicios propuestos en libros de texto de Álgebra Lineal (por ejemplo, Larson, 2015) y los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) establecidos por la UNESCO (2020).

La tarea se centró en desarrollar un modelo matemático para calcular el costo total de un proyecto piloto dirigido a mejorar las condiciones de vivienda en la ciudad de Valdivia (donde residen los participantes del estudio), con la finalidad de hacer estas viviendas más sostenibles y energéticamente eficientes. Además, la tarea incluyó preguntas reflexivas sobre los beneficios y desafíos del proyecto y su relación con los ODS. La Fig. 1 muestra la tarea diseñada.

En la fase de experimento de enseñanza, 62 estudiantes de ingeniería de construcción y civil en obras civiles, que cursaban Álgebra Lineal y que habían estudiado previamente los contenidos de matrices, se organizaron en grupos de 3 a 4 integrantes para resolver la tarea diseñada. A cada grupo, el docente del curso le entregó la tarea (Fig. 1) de forma escrita y la resolvieron apoyados por el instrumento “plan de solución” que ayuda a los estudiantes en la resolución de problemas de modelización matemática (Schukajlow et al., 2015).

Después que resolvieron la tarea, los estudiantes en forma individual contestaron una encuesta escrita con el objetivo de conocer su valoración de este tipo de tareas y las dificultades con la misma. La encuesta constaba de dos preguntas abiertas. La primera pregunta fue ¿Cuál es tu valoración de la tarea realizada? Los estudiantes debían indicar positiva, negativa u otra y, además, argumentar su elección. La segunda pregunta fue ¿Tuviste alguna dificultad para resolver la tarea? Si su respuesta era afirmativa a esta pregunta, los estudiantes debían especificar con que se vinculaba la dificultad (comprender el enunciado del problema, encontrar la matemática relacionada con el problema, interpretar los resultados para responder al problema, organizarse como grupo u otra).

Viviendas Sustentables. Un proyecto piloto para Valdivia

Las viviendas sustentables están alineadas con el ambiente y los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Sin embargo, constituye un desafío lograr que sean accesibles para las familias en términos de costos. Es importante considerar que este tipo de viviendas ofrece beneficios y ahorros a largo plazo. Con estos antecedentes, una empresa constructora en Valdivia está haciendo un proyecto piloto para mejorar las condiciones de las casas de modo que sean más sustentables y energéticamente eficientes. Inicialmente, se propone realizar un presupuesto para transformar 7 casas en el sector de El Bosque, 5 casas en el sector de Isla Teja y 12 casas en el sector de Collico.



Los materiales que se pretenden implementar en estas casas son: pintura ecológica, panel solar, sanitario ahorrador de agua, impermeabilizante y ventana termopanel. Estos materiales se pueden obtener por unidades estándar de venta (según cantidad asociada).

La empresa constructora ha determinado que para las casas del sector de El Bosque se requieren 6 galones de pintura ecológica, 3 paneles solares, 2 sanitarios ahorradores de agua, 14 galones de impermeabilizante y 6 ventanas termopanel. En tanto, para las casas del sector de Isla Teja son necesarios 9 galones de pintura ecológica, 4 paneles solares, 3 sanitarios ahorradores de agua, 21 galones de impermeabilizante y 8 ventanas termopanel. Finalmente, para las casas del sector Collico se precisan 3 galones de pintura ecológica, 2 paneles solares, 1 sanitario ahorrador de agua, 7 galones de impermeabilizante y 4 ventanas termopanel.

Con respecto al costo de los materiales, un galón de pintura ecológica cuesta \$ 50.000, un panel solar \$ 1.500.000, un sanitario ahorrador de agua \$ 350.000, el galón de impermeabilizante \$ 35.000 y una ventana termopanel \$ 800.000.

Suponga que la empresa constructora le ha solicitado asesoría con la finalidad de determinar los pro y contras de este proyecto piloto. Para ello, les solicitan un informe que responda a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuánto material de cada tipo debe comprar la empresa para ejecutar el proyecto piloto?
2. ¿Cuál es el costo de acondicionar cada tipo de casa según sector de localización?
3. ¿Cuál es el costo total del proyecto?
4. Mencione tanto los aspectos positivos como negativos para la viabilidad de este proyecto piloto.
5. ¿Con cuál o cuáles de los 17 ODS se vincula este proyecto piloto? ¿Por qué?

Figura N° 1. Ejemplo de tarea diseñada para fomentar la competencia de modelización y la reflexión respecto a la sostenibilidad.

En la fase de análisis retrospectivo, se analizaron los datos recopilados en la fase de experimento de enseñanza. Para ello, se efectuó un análisis de contenido (Porta y Silva, 2003) de las respuestas de los estudiantes a la encuesta. A partir de ello, emergieron categorías y subcategorías.

RESULTADOS

En este apartado presentamos dos resultados: (1) valoración positiva de los estudiantes de la tarea de modelización y (2) dificultades de los estudiantes en la resolución de la tarea de modelización.

El 95% de los estudiantes hizo una valoración positiva de la tarea trabajada en grupo y los demás que señalaron otra valoración hacen alusión a la falta de coordinación de su grupo. Los estudiantes que indicaron una valoración positiva argumentaron principalmente que la tarea les facilitó el aprendizaje, la aplicación del contenido de forma práctica y lo relacionaron con su carrera, la colaboración, la comunicación, la diversidad de ideas, la socialización y el desarrollo personal, y la organización. Además, algunos encontraron la tarea entretenida y motivadora, lo que contribuye a una experiencia de aprendizaje positiva. En la Tabla 1 se presentan estas valoraciones organizadas en categorías y ejemplos de respuestas de los estudiantes. En las

valoraciones de los estudiantes se puede observar que hacen alusión a competencias que como futuros ingenieros deben desarrollar, en concreto, competencias interpersonales y de gestión (trabajo colaborativo, comunicación efectiva, desarrollo de habilidades interpersonales) y competencia de modelización matemática (aplicación de contenidos a problemas en contexto real).

Tabla N°1. Valorización de los estudiantes de la tarea diseñada para fomentar la competencia de modelización y la reflexión respecto a la sostenibilidad.

Categoría. Aspecto valorado	Ejemplo de valoración de estudiantes
Aprendizaje. Facilita el aprendizaje y mejora los conocimientos.	"Fue una actividad positiva porque facilitó el aprendizaje y el trabajo en equipo". "Entretenido hacer este tipo de trabajos encuentro que aprendo mejor".
Aplicación práctica del contenido y relevancia. Relevancia de la tarea en términos de aplicación práctica y conexión con su carrera.	"Buena distribución de labores sirve para la aplicación de matrices en el rubro". "Porque lo relacionamos con la carrera". "Buena, porque vimos otra perspectiva de cómo representar cosas cotidianas con matrices".
Trabajo en equipo y colaboración. Oportunidad de dividir el trabajo, apoyarse mutuamente y colaborar.	"Nos dividimos el trabajo y nos apoyamos mutuamente en cada pregunta" "Colaboramos entre todos para responder cada pregunta".
Comunicación. Buena comunicación dentro del grupo.	"Buena comunicación y distribución" "Porque logramos comunicarnos bien y trabajar de manera ordenada y respetando opinión".
Diversidad de ideas y perspectivas. Diversidad de ideas y el debate constructivo.	"La verdad es mucho mejor trabajar en equipo, ya que hay varias ideas y maneras de resolver un problema". "En mi postura encuentro muy incentivador poder exponer ideas diferentes y desarrollar personalidad."
Socialización y desarrollo personal. Oportunidad de socializar y aprender de otros compañeros.	"Conocer gente nueva y aprender las distintas formas de trabajo de cada alumno". "Me pareció bien trabajar en grupo ya que es una forma de trabajar y socializar con otras personas".
Organización y eficiencia. Organización y eficiencia en el trabajo grupal.	"El grupo se organizó de una manera eficiente para realizar el trabajo." "Nos organizamos bien y nuestras respuestas coincidieron. Consultamos nuestras dudas entre nosotros y nos fue bien".
Entretenimiento y motivación. Tarea entretenida y motivadora.	"Fue entretenida y nos hizo pensar en grupo". "Porque estuvo entretenido".

Algunos estudiantes mencionaron dificultades con la resolución de la tarea. Estas dificultades se relacionaron con el ciclo de modelización matemática (comprender el enunciado del problema, identificar la matemática a usar, interpretar los resultados matemáticos al contexto real) y con la organización del grupo. Las dificultades que los estudiantes más mencionaron se relacionaron con encontrar la matemática vinculada con la tarea (24% de los estudiantes) mientras que la dificultad menos frecuente fue la organización como grupo (6% de los estudiantes). En la Tabla 2 se presentan las dificultades detectadas y ejemplos de respuestas de los estudiantes.

Tabla N°2. Dificultades manifestadas por los estudiantes en relación con la resolución de la tarea diseñada para fomentar la competencia de modelización y la reflexión respecto a la sostenibilidad.

Categoría	Dificultad	Ejemplo de la dificultad manifestada por el estudiante
-----------	------------	--

Enunciado del problema	Información no relevante de los datos.	"Había mucha información irrelevante que me distraía del objetivo principal".
	Identificar el método para resolver el problema.	"El problema no especificaba qué método debía usarse."
Encontrar las matemáticas	Usar matrices	"Sí, ya que tuvimos que utilizar matrices multiplicar entre otros". "Sí, un poco al encontrar el orden de la matriz".
	Diferentes métodos para resolver el problema.	"Se debe a que hay más de una forma de llegar a el resultado final por lo tanto todos teníamos el mismo resultado, pero con desarrollo diferente".
Interpretar resultado	la magnitud o cantidad de los valores.	"Porque eran valores grandes" "Eran muchos números con los que tratar"
Organizarnos como grupo	Distribuir los roles de los integrantes	"Nos costó dividir el trabajo, pero luego lo logramos con éxito".

Las dificultades manifestadas por los estudiantes sugieren que se necesitan práctica de aplicación de los conceptos matemáticos a problemas de modelización.

CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación fue presentar la valoración y las dificultades experimentadas por estudiantes de ingeniería al resolver una tarea diseñada para fomentar el desarrollo de la competencia de modelización matemática y la reflexión respecto a la sostenibilidad. Esta investigación revela que este tipo de tareas contribuye al aprendizaje de contenidos matemáticos, así como al desarrollo de competencias que son necesarias para que un ingeniero se desenvuelva con éxito en el mundo dinámico de hoy.

Los resultados de esta investigación dan indicios de que es fundamental incorporar sistemáticamente estas tareas de modelización matemática y sostenibilidad en el currículo de los cursos de matemáticas para ingeniería. A su vez, es importante ajustar las tareas basados en la retroalimentación de los estudiantes y los resultados de aprendizaje observados.

Como sugerencias didácticas para continuar implementando este tipo de tareas en cursos de matemáticas a nivel universitario y superar las dificultades manifestadas por los estudiantes de esta investigación, se propone:

- Realizar sesiones de discusión sobre la interpretación de un problema en contexto.
- Usar ejemplos más simples antes de abordar problemas complejos.
- Proporcionar una lista de posibles herramientas matemáticas aplicables.
- Incluir preguntas de reflexión sobre el significado de los resultados.
- Proporcionar ejemplos de cómo se aplican estos resultados en situaciones reales de ingeniería.
- Ofrecer orientación sobre roles y responsabilidades en el trabajo en equipo.
- Implementar actividades de formación de equipos al inicio del curso.
- Proporcionar retroalimentación detallada y constructiva después de cada tarea.
- Ofrecer sesiones de tutoría o consulta adicionales.

Es necesario seguir implementando y perfeccionando este tipo de tareas en los cursos de matemáticas para ingeniería. Esto ayudará a reducir la percepción de las matemáticas como un obstáculo en la formación de ingenieros y mejorará la formación integral de los estudiantes, preparándolos mejor para los desafíos del mundo laboral.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado gracias a la ANID por medio del proyecto FONDECYT Regular N°241155.

REFERENCIAS

Alpers, B. (2017). The mathematical modelling competencies required for solving engineering statics assignments. In G. A. Stillman, W. Blum, y G. Kaiser (Eds.), *Mathematical Modelling and Applications. Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education* (pp. 189–199). Springer.

Álvarez-Macea, F., y Costa, V. (2019). Enseñanza del Algebra Lineal en carreras de ingeniería: un análisis del proceso de la modelización matemática en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Eco Matemático*, 10(2), 65-78.

Aravena, M., Díaz, D., Rodríguez, F., y Cárcamo, N. (2022). Estudio de caso y modelado matemático en la formación de ingenieros. Caracterización de habilidades STEM. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 30(1), 37-56.

Blum, W. & Kaiser, G. (1997) Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished.

Brito-Vallina, M., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J., y Arias-de Tapia, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería mecánica*, 14(2), 129-139.

Cobb, P., y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En Kelly, A.E., Lesh, R.A. y Baek, J.Y. (Eds.). *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (pp. 68-95). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Galbraith, P. (2007). Authenticity and goals – Overview. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 181–184). New York: Springer.

Gravemeijer, K., y van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510-524.

Instituto de ingenieros de Chile (2018). *La formación de ingenieros civiles en Chile*. Editorial Universidad de Concepción.

Larson, R. (2013). *Fundamentos de Álgebra Lineal*. Ciudad de México, México: Cengage Learning.

Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. En T. Plomp y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research – Part A: An introduction* (pp. 10-51). Enschede, The Netherlands: SLO.

Porta, L., y Silva, M. (2003). La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación educativa. *Anuario digital de investigación educativa*, (14).

Ramírez-Montes, G., Henriques, A., y Carreira, S. (2021). Undergraduate students' learning of linear algebra through mathematical modelling routes. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 21(2), 357-377.

Rodríguez-Gallegos, R. (2017). Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 8(15), 69-85.

Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM*, 47, 1241-1254.

Tsui, T., & Khan, R. N. (2023). Is mathematics a barrier for engineering? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(9), 1853-1873.

Unesco (2020). Educación para el Desarrollo Sostenible. Hoja de ruta. París: UNESCO.

